

УДК 658.512:681.32.06

**Ю.Г. Павлов**

Павлов Юрий Георгиевич родился в 1946 г., окончил в 1970 г. Московский авиационный институт, кандидат технических наук, доцент Московского государственного университета леса. Имеет 70 печатных работ в области принятия решений при управлении в условиях неопределенности.



## ФИГУРНЫЙ ЛАЗЕРНЫЙ РАСКРОЙ МАТЕРИАЛОВ ДЕРЕВООБРАБОТКИ

Показана эффективность использования метода автоматизированного проектирования раскрой в условиях лазерной резки материалов на целлюлозной основе.

пиломатериалы, лазерный раскрой, размещение фигур, траектория резания.

Фигурный лазерный раскрой материалов деревообработки является перспективным технологическим направлением, требующим дальнейших научных исследований. Основные проблемы здесь состоят как в определении технологических параметров (выбор типа лазера, скорости резания, фокусировки лазерного луча и др.), так и в решении сопутствующих научно-технических задач эффективного размещения фигур на раскраиваемой плоскости и определения траектории резания.

Выбору технологических параметров посвящено значительное число исследований [1–4, 6, 7], многие вопросы могут быть решены экспериментально.

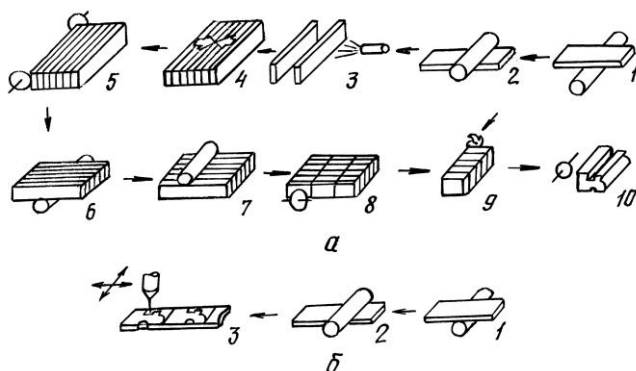


Рис. 1. Сравнение технологий изготовления деталей пианино: *a* – традиционный способ (1 – фугование пластин, 2 – рейсмусование, 3 – нанесение клея, 4 – склеивание в щит, 5 – торцевание щита, 6 – фугование щита, 7 – рейсмусование щита, 8 – распиловка щита, 9 – фрезерование, 10 – распиловка на детали); *б* – с использованием лазера (1 – фугование пластин, 2 – рейсмусование пластин, 3 – лазерный раскрой пластин)

Однако нерешенность проблем размещения лазера и трассировки луча делает невозможным эффективное распространение лазерных технологий в промышленных масштабах.

Прямое воздействие энергии на материал (например при лазерной обработке) зачастую упрощает технологический процесс, сокращает технологическое время обработки, улучшает условия труда и оказывается экономически более эффективным. В качестве иллюстрации сравним технологические процессы изготовления деталей механики пианино традиционным способом и с использованием лазера (рис. 1).

Очевидно, что традиционный технологический процесс более трудоемкий по сравнению с лазерным раскроем. В нем присутствуют операции, выполняемые со значительными затратами времени и ручного труда, например операция склейки в щит, а необходимость перехода к производству новых деталей влечет за собой разработку нового режущего инструмента.

В свою очередь лазерные комплексы характеризуются крайне низким коэффициентом использования мощности (до 10 %), дороговизной самого лазерного комплекса, проблемами корректного обслуживания, что существенно меняет соотношения между затратами при традиционной и лазерной технологиях, и вопрос может однозначно решаться только в конкретных производственно-технологических условиях.

Целью настоящего исследования является проблема эффективного размещения фигур на исходном листовом материале с минимумом отходов при лазерной обработке.

Анализ технологических особенностей лазерной резки древесных материалов показывает, что в отличие от лазерного раскроя металлов, где большие остаточные температурные деформации не позволяют размещать детали вплотную друг к другу, в деревообработке допускается касание контуров деталей. При этом необходимо обеспечить размещение деталей с максимальным коэффициентом использования раскраиваемого материала, учитывая изотропные свойства последнего и ширину реза лазерного луча. Особенностью рассматриваемой проблемной среды является целесообразность кусочно-линейной аппроксимации криволинейных плоских объектов прежде всего потому, что исполнительные устройства с ЧПУ построены по принципу линейного перемещения исполнительного инструмента.

Пусть задана прямоугольная односвязная область размещения  $\Omega$  длиной  $D$  и шириной  $E$ . Задано множество  $\mathcal{R}'_i$  из  $N$  видов односвязных размещаемых геометрических объектов (ГО), каждый из которых аппроксимирован многоугольником с заданной точностью. Известны координаты вершин многоугольников  $\{x_i\}_N$  и  $\{y_i\}_N$ . Также заданы количество  $B_{R_i}$  ГО каждого вида и технологические особенности лазерного раскроя древесных материалов. Свяжем с областью  $\Omega$  неподвижную декартову систему координат, а с множеством  $\mathcal{R}'_i$  – подвижные координаты. Расположение каждого ГО в исходной области размещения характеризуется параметрами размещения  $\{x_j, y_j, \Theta_j\}$ . Задача размещения сводится к решению совокупности следующих соотношений:

$$\left. \begin{aligned} P(\Omega) &= (D - 2l_D + \delta)(E - 2l_E + \delta); \quad I = \sum_{i=1}^N B_{R_i}; \\ \{x_j, y_j, \Theta_j\} &= \text{var}; \quad \Theta_j \in [0, 2\pi]; \\ \bigcup_{m_1, m_2}^I (R_{m_1} \cap R_{m_2}) &= \{G\} \neq \emptyset; \\ \sum_{j \in I} k_i(h_j) q_j &= B_{R_i}; \quad q_i \neq 0; \quad j = \overline{1, J} \\ \sum_{j \in J} q_j \left( P(\Omega) - \sum_{i=1}^N S(R'_i) k_i(h_j) \right) &\rightarrow \min; \\ F \mathcal{H}\{h_j\} &\in \tilde{F}, \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

где  $P(\Omega)$  – площадь области размещения;

$2\delta$  – ширина реза;

$l_D, l_E$  – припуск на обрезку кромок области размещения;

$G$  – множество граничных точек ГО;

$k_i(h_j)$  – количество ГО  $i$ -го вида, размещенных  $j$ -м способом;

$q_j$  – интенсивность применения  $j$ -го способа размещения;

$S \mathcal{R}'_i$  – площадь ГО  $i$ -го вида;

$H\{h_j\}_I$  – множество различных способов размещения ГО;

$\tilde{F}$  – множество технологических ограничений лазерного раскроя.

Не нарушая общности, рассмотрим ситуацию наилучшего расположения в прямоугольной области нового объекта  $R_i$  относительно уже размещенного ранее объекта  $R_j$ . Полагая, что  $R_i$  произвольным образом зафиксирован внутри исходной области размещения, получаем область допустимых размещений  $\Omega_v$  ( $\Omega_v = \Omega/R_i$ ) полюса  $O_j$  объекта  $R_j$  как область, ограниченную параметрами области размещения и некоторыми из сторон ГО  $R_i$ . Ограничим временно задачу отысканием локального оптимума. С этой целью уменьшим допустимую область  $\Omega_v$  до  $\Omega_0$  путем учета только одной из сторон ГО  $R_i$ , относительно которой будем размещать  $R_j$ . Сторону  $R_i$ , отно-

сительно которой ведем размещение  $R_j$ , будем называть в дальнейшем определяющей прямой  $f_i$ . Очевидно, что размещаемый ГО  $R_j$  должен находиться вне определяющей прямой. Это условие обеспечивается нахождением вне  $f_i$  или на ней каждой из угловых точек  $\mu = \overline{1, n}$  объекта  $R_j$ . Положение объекта  $R_j$  относительно  $R_i$  будет определяться двумя координатами полюса  $O_j(x_0^j, y_0^j)$ , а также углом поворота  $\Theta_j$  объекта  $R_j$  относительно собственной системы координат  $x_j, y_j$ . Таким образом, для допустимой области размещения  $\Omega_0$  объекта  $R_j$  имеем

$$a(x_0^j + x_\mu'^j \cos \Theta_j - y_\mu'^j \sin \Theta_j) + b(y_0^j + x_\mu'^j \sin \Theta_j + y_\mu'^j \cos \Theta_j) + c \geq 0. \quad (2)$$

Знак неравенства в (2) ( $\leq$  или  $\geq$ ) определяется как противоположный к знаку неравенства в выражении  $ax_k^i + by_k^i + c \geq 0$  (где  $x_k^i, y_k^i$  – произвольная внутренняя точка объекта  $R_i$ ). Кроме (2), необходимо учесть ограничения на допустимую область размещения, накладываемые параметрами исходной области размещения ( $D, E$ ):

$$0 \leq x_0^j + x_\mu'^j \cos \Theta_j - y_\mu'^j \sin \Theta_j \leq D; \quad 0 \leq y_0^j + x_\mu'^j \sin \Theta_j + y_\mu'^j \cos \Theta_j \leq E; \quad \mu = \overline{1, n}. \quad (3)$$

Поскольку в рамках данной проблемы мы рассматриваем размещение ГО произвольной формы в прямоугольной области, то в качестве критерия эффективности получаемых раскладок выберем максимизацию коэффициента  $K_{зj} = \sum_{i=1}^j (S_i / S_{nj})_{\min}$  заполнения совокупностью размещенных объектов  $R_i, i = \overline{1, j-1}$ , описывающего занятую область  $\Omega_{0j}$ , прямоугольника минимальной площади. Поскольку размещение объекта  $R_j$  проводили при уже размещенных объектах  $R_i, i = \overline{1, j-1}$ , то площадь  $S_{nj}$  является функцией координат угловых точек  $(x_v, y_v), v = \overline{1, n}$  уже размещенных объектов, а также координат полюса  $(x_j, y_j)$ , и угла поворота  $\Theta_j$  очередного размещаемого объекта  $R_j$ . Следовательно,

$$S_{nj}(x_v, y_v, x_j, y_j, \Theta_j) \rightarrow \min. \quad (4)$$

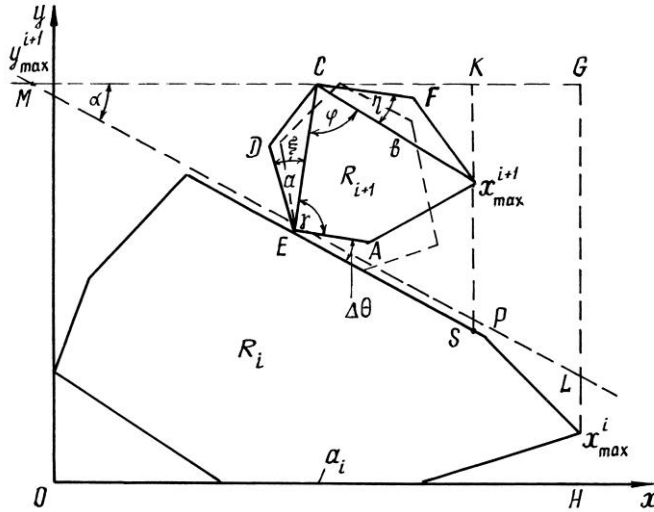


Рис. 2. Определение наилучшего расположения  $R_i$  и  $R_{i+1}$

Поставлена задача псевдооптимального размещения ГО криволинейной формы в прямоугольной области в виде математического программирования с нелинейными ограничениями (2), (3) и неявно заданной целевой функцией (4), решение которой не представляется возможным. По существу, наша цель – уменьшить (на сколько это возможно) исходное множество взаимных расположений. Как следует из рис. 2, описывающий пару  $R_i, R_{i+1}$  прямоугольник с направляющей  $a_i \in R_i$  будет иметь минимальную площадь при  $y_{\max}^{i+1} + \min$  (при фиксированном  $x_{\max}^i$ ). Определим условия достижения  $(y_{\max}^{i+1})_{\min}$ .

Варьируемый параметр  $\Delta\Theta$  изменяется в пределах  $0 \leq \Delta\Theta \leq \Delta\Theta_{kp}$ , где  $\Delta\Theta_{kp}$  соответствует повороту, при котором данная вершина многоугольника перестает быть вершиной, определяющей  $y_{\max}^{i+1}$ . На рис. 2 величина  $\Delta\Theta_{kp}$  соответствует положению точки  $D$  на прямой  $ML$  или точки  $F$  на прямой  $MK$ . Так как  $\alpha = \text{const}$  (фиксируется определяющей прямой), то минимум  $y_{\max}^{i+1}$  при указанных условиях соответствует минимуму  $|MK| = \frac{1}{\sin \alpha} [a \sin (180 - (\gamma + \Delta\Theta))] + b \cos [180 - (\gamma + \Delta\Theta + \varphi - \alpha)]$ . Однако в рассматриваемом диапазоне изменения  $0 < \Delta\Theta < \Delta\Theta_{kp}$  минимума нет. Значит минимум достигается в одной из граничных точек диапазона.

Из постановки задачи следует, что одна граничная точка изменения  $\Delta\Theta$  соответствует такому положению  $R_{i+1}$ , когда сторона многоугольника совпадает с определяющей, т. е.  $\Delta\Theta = 0$ . Вторая граничная точка изменения  $\Delta\Theta$  ( $\Delta\Theta_{kp}$ ) определяется двумя условиями: либо  $\Delta\Theta_{kp}$  соответствует переходу от совпадения с определяющей прямой стороны  $v$  многоугольника  $R_{i+1}$  к совпадению стороны  $v + 1$  (следующей стороны  $DE$  многоугольника на

рис. 1), либо  $\Delta\Theta$  соответствует такому положению многоугольника  $R_{i+1}$ , при котором в процессе увеличения  $\Delta\Theta$  одна из сторон  $R_{i+1}$  становится параллельной оси  $Ox$  ( $CF \parallel Ox$  на рис. 2). В обоих случаях происходит смена вершины многоугольника, имеющей  $y_{\max}^{i+1}$ . Следовательно,  $\Delta\Theta_{кр}$  определяется условием

$$\Delta\Theta_{кр} = \min \{(\pi - \xi - \gamma), (\pi - \eta - \varphi - \gamma + \alpha)\}.$$

Таким образом, наилучшее взаимное расположение ГО  $R_{i+1}$  и  $R_i$  при вращении  $R_{i+1}$  относительно опорной вершины, обеспечивающее минимум площади описывающего прямоугольника, будет в одном из двух положений: либо сторона  $R_{i+1}$  совпадает с определяющей прямой многоугольника  $R_i$  ( $\Delta\Theta = 0$ ), либо произвольная сторона  $R_{i+1}$  параллельна оси  $Ox$ ,  $\Delta\Theta = \Delta\Theta_{кр}$ . В вычислительном аспекте данный результат позволяет существенно упростить поиск в множестве  $\Omega$ : множество возможных размещений геометрического объекта  $R_j$  в допустимой области  $\Omega$  состоит из конечного числа возможных расположений многоугольника  $R_j$ , что позволяет от непрерывных переменных в (2) – (4) перейти к детерминированным переменным и рассматривать задачу для каждого такого фиксированного значения  $p = \overline{1, P}$  из множества допустимых расположений. Значение  $p$  определяется однозначно параметрами размещаемых многоугольников. Применительно к (2) – (4) можно зафиксировать параметр  $\Theta$  ( $\Theta_j^{\omega} \in \Theta_j$ ;  $\omega = \overline{1, 2n}$ ;  $\Theta_j^{\omega} = \text{const}$ ), и тогда система условий (2), (3) представляет собой систему линейных ограничений типа неравенств, рассматриваемую при каждом значении  $\Theta_j^{\omega}$ . Следовательно, исходная задача об определении наилучшего размещения ГО  $R_i$ ,  $i = \overline{1, N}$  в прямоугольной односвязной области с параметрами  $(D, E)$  эквивалентна  $\sigma$ -кратному решению задачи линейного программирования специального вида с последующим выбором наилучшего решения, т. е. задача формирования допустимых размещений сведена к многошаговому итерационному процессу решения специального вида задач линейного программирования.

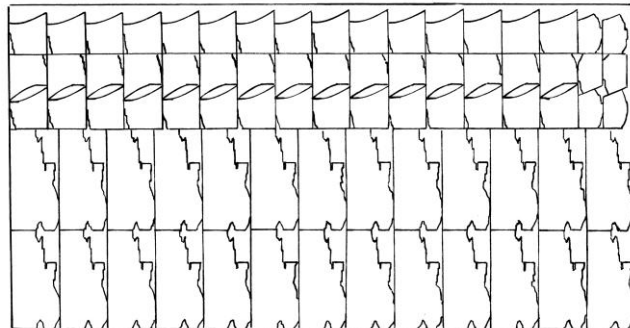


Рис. 3. Раскройная карта

На базе метода определяющей прямой синтезирован программный комплекс, который был использован при проектировании технологического процесса лазерного раскроя размещений деталей механики пианино и различных деталей из фибры. Для каждой из заготовок были получены промышленные карты раскроя как единичные, так и комбинированные с учетом конкретных технологических требований и специфики лазерного производства.

Эксперименты по раскрою проводили при мощности лазера 80 ... 120 Вт, скорости подачи 0,4 м/мин. Необходимо было обеспечивать параллельность стенок канала реза при его ширине 0,7 мм. Толщина разрезаемого материала 7, 8, и 12 мм. На рис. 3 приведен пример раскройной карты для смешанного раскроя, полученной в автоматическом режиме.

#### *Выводы*

Разработанный на основе метода определяющей прямой программный комплекс проектирования фигурных раскроев обеспечивает эффективность автоматического размещения не ниже эффективности, достигаемой на основе использования годографа вектор-функции плотного размещения, так как обеспечивает размещение деталей по [5], что позволяет получать раскройные карты фигурного раскроя на прямоугольном листе с коэффициентом полезного выхода 0,80 ... 0,85.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бамос Р.* Исследование процессов обработки древесноволокнистых и древесностружечных плит с помощью лазерных лучей // Материалы симп. «Лигно-лазер-81». – Братислава, 1981. – С. 19.
2. *Григорьянц А.Г., Соколов А.А.* Лазерная обработка неметаллических материалов. – М.: Высш. шк., 1988. – 189 с.
3. Промышленное применение лазеров / Под ред. Г. Кебнера. – М.: Машиностроение, 1988. – 280с.
4. *Соболев Г.В., Клеба Н.П.* Применение лазерной техники в деревообрабатывающей промышленности за рубежом. – М.: ВНИПИЭИлеспром, 1982. – Вып. 10. – 20 с.
5. *Стоян Ю.Г., Яковлев С.В.* Математические модели и оптимизационные методы геометрического проектирования. – К.: Наук. думка, 1986. – 266 с.
6. *Laser-Schneid-Technologie fur Kleine Losgrossen* // НК: Holz-und Kunststoffverarb. – 1995. – 30, N 11. – S. 1447.
7. *Menullin C.W., Huber H.A.* Gluebound shrength of laser cut Wood // Forest Product Journal. – 1985. – N1. – P. 204.

Московский государственный университет леса

Поступила 5.01.99

*Yu.G. Pavlov*

### **Shaped Laser Sawing of Wood-working Materials**

The efficiency of using the computer-aided design is demonstrated based on the laser sawing of materials on a pulp basis.