

ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 629.114.4.001.2

С. И. МОРОЗОВ

Архангельский государственный технический университет



Морозов Станислав Иванович родился в 1929 г., окончил в 1952 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой теоретической механики Архангельского государственного технического университета, член-корреспондент РИА, заслуженный деятель науки и техники РФ. Имеет около 150 печатных работ в области изучения устойчивости температурно-напряженного рельсового пути, закрепления его от угона рельсов, удара тел, применения ЭВМ при решении задач механики.

О ПРОЦЕССЕ СОУДАРЕНИЯ АВТОМОБИЛЕЙ

Приведена методика исследования соударения двух автомобилей при фронтальном попутном ударе. Даны расчетные зависимости плоско-параллельного удара двух тел. Рассмотрен пример для частного случая соударения автомобилей, проанализированы результаты расчета.

Investigation methods of two automobiles collision at the frontal accompanying impact are given. Calculated dependences of flat-parallel impact of two bodies are put forward. The example for particular case of automobiles collision is considered, design results are examined.

Удар двух тел представляет собой особый случай их взаимодействия, при котором за сравнительно малый промежуток времени ударные силы достигают больших значений, а скорости тел и импульсы ударных сил изменяются на конечную величину.

Соударение автомобилей имеет место на автомобильных дорогах различного назначения, в том числе и лесовозных. Изучение такого взаимодействия представляет большой теоретический и практический интерес, так как позволяет сделать правильный вывод о его последствиях.

В общем случае задача о соударении автомобилей состоит из двух частей. В первой из них рассматривают собственно момент удара. С помощью формул классической теории удара [1] здесь находят линейные и угловые скорости тел после удара, а также импульсы ударных

сил. Во второй части с помощью теорем и уравнений механики [2] рассматривают движение тел после удара.

Решение этих задач довольно трудоемко, поэтому в данной работе ограничимся изучением только первой части. Будем полагать, что движение автомобилей является плоско-параллельным, т. е. отрывом колес от поверхности дороги пренебрегаем. Рассматриваем только плоско-параллельное перемещение автомобилей в горизонтальной плоскости.

Основная цель нашего исследования состоит в обосновании условий применения расчетных зависимостей теории плоско-параллельного удара двух тел в случае соударения автомобилей.

На практике имеют место два основных случая удара автомобилей: фронтальный (рис. 1, *a*) и боковой (рис. 1, *b*). В каждом из них есть множество дополнительных вариантов.

На конечный результат соударения влияют: взаимное расположение автомобилей перед ударом; их габаритные размеры; массы и распределение масс по осям; положение центров масс; моменты инерции автомобилей относительно вертикальных осей, проходящих через их центры масс (точки C_1 и C_2); направление движения автомобилей перед ударом (встречное или попутное); их линейные и угловые начальные скорости; положение точки удара; состояние поверхности тел в точке удара и т. д.

Ограничимся ниже случаем фронтального попутного удара (рис. 1, *a*). При записи расчетных зависимостей используем следующие обозначения:

m_1, m_2 – массы соударяющихся автомобилей;

I_1, I_2 – моменты инерции автомобилей относительно вертикальных осей, проходящих через центры масс;

u_1, u_2 – скорости центров масс до удара;

ω_{10}, ω_{20} – угловые скорости вращения автомобилей до удара (например при их столкновении на повороте);

ω_1, ω_2 – то же после удара;

S_τ, S_n – составляющие импульсов ударных сил, направленные по осям τ и n . По закону равенства действия и противодействия для двух соударяющихся тел эти импульсы равны, лежат на одной прямой и направлены в противоположные стороны, т. е. $S_{1\tau} = S_{2\tau} = S_\tau$; $S_{1n} = S_{2n} = S_n$.

На рис. 1, *a* показаны:

α – угол между осями автомобилей перед ударом;

τ, n – оси координат с началом в точке соударения E . Оси n лежат на главной нормали к поверхности тел (на линии удара) и направлены от точки E внутрь тел. Оси τ лежат на общей касательной к поверхности тел в точке соударения и образуют с осями n правосторонние системы координат;

h, p – координаты точек C_1 и C_2 в соответствующих системах координат.

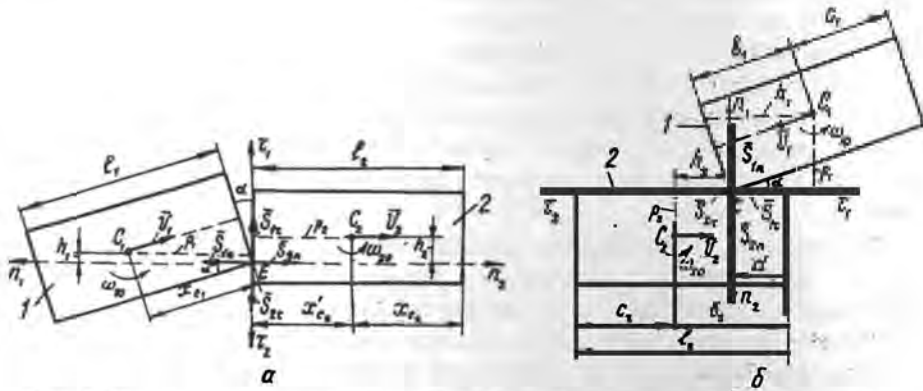


Рис. 1. Схемы соударения автомобилей: а – фронтальный; б – боковой удар

Основные кинематические зависимости соударения двух тел при их плоско-параллельном движении приведены в работе [1]:

$$\begin{aligned} \bar{u}_1 \bar{n}_1 &= \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \frac{S_n}{m_1}; & \bar{u}_1 \bar{\tau}_1 &= \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \frac{S_\tau}{m_1}; \\ \bar{u}_2 \bar{n}_2 &= \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \frac{S_n}{m_2}; & \bar{u}_2 \bar{\tau}_2 &= \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \frac{S_\tau}{m_2}; \\ \omega_1 &= \omega_{10} + \frac{S_n h_1}{I_1} + \frac{S_\tau p_1}{I_1}; & \omega_2 &= \omega_{20} + \frac{S_n h_2}{I_2} + \frac{S_\tau p_2}{I_2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\bar{n}_1, \bar{\tau}_1, \bar{n}_2, \bar{\tau}_2$ – орты осей координат;

$\bar{v}_1 \bar{n}_1, \bar{v}_2 \bar{n}_2, \bar{v}_1 \bar{\tau}_1, \bar{v}_2 \bar{\tau}_2$ – проекции скоростей центров масс до удара на оси n и τ ;

$\bar{u}_1 \bar{n}_1, \bar{u}_2 \bar{n}_2, \bar{u}_1 \bar{\tau}_1, \bar{u}_2 \bar{\tau}_2$ – то же после удара.

При записи двух последних уравнений системы (1) используют обычное правило знаков для правосторонней системы координат: плюс – при вращении против часовой стрелки, минус – по часовой стрелке.

Значение координат h_1, p_1, h_2, p_2 в случае фронтального удара находим по следующим уравнениям:

$$h_1 = b_1 \cos \alpha - x_1 \sin \alpha;$$

$$p_1 = x_1 \cos \alpha - b_1 \sin \alpha;$$

h_2 – задается в зависимости от положения точки E (на торцовом сечении ударяемого автомобиля);

$p_2 = l_2 - x_2$ (при встречном ударе $p_2 = x_2$),

где x_1, x_2 – расстояние по осям автомобилей от их центров масс до передних торцовых сечений;

l_2 – габаритная длина второго автомобиля;

$2b_1$ – габаритная ширина первого автомобиля.

Выражения для вычисления импульсов ударных сил зависят от состояния поверхностей автомобилей в точке соударения. Здесь возможны три случая: поверхности тел гладкие (т. е. трением в точке E пренебрегаем); поверхности тел шероховатые, и в момент удара происходит их проскальзывание; поверхности тел шероховатые, и в момент удара проскальзывания нет.

Расчетные зависимости для вычисления импульсов ударных сил в каждом из этих случаев приведены в табл. 1.

Таблица 1

Состояние поверхностей и наличие проскальзывания	Расчетные выражения для определения	
	S_τ	S_n
Гладкие, проскальзывание есть	0	$-\frac{(1+\varepsilon)A_1}{G}$
Шероховатые, проскальзывание есть	$S_n f_d$	$-\frac{(1+\varepsilon)A_1}{G + H f_d}$
Шероховатые, проскальзывания нет	$\frac{(1+\varepsilon)H A_1 - G A_2}{B}$	$\frac{H A_2 - (1+\varepsilon)G_1 A_1}{B}$

В формулах табл. 1 использованы следующие вспомогательные величины:

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{h_1^2}{I_1} + \frac{h_2^2}{I_2}; \quad G_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{p_1^2}{I_1} + \frac{p_2^2}{I_2};$$

$$H = \frac{p_1 h_1}{I_1} + \frac{p_2 h_2}{I_2}; \quad B = G G_1 - H^2; \quad (2)$$

$$A_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \omega_{10} h_1 + \omega_{20} h_2;$$

$$A_2 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \omega_{10} p_1 + \omega_{20} h_2;$$

f_d – динамический коэффициент трения;

ε – коэффициент восстановления.

Коэффициент ε характеризует степень восстановления недеформированного состояния поверхности тел после удара. При неупругом ударе $\varepsilon = 0$, при упругом $\varepsilon = 1$, при частично упругом $0 < \varepsilon < 1$.

Значения ε для отдельных частных случаев соударения массивных тел приведены в работе [1]. В частности, при соударении тел с металлическими (стальными) поверхностями имеем

$$\varepsilon = 0,962 - 0,1227 v_n + 0,0107 v_n^2, \quad (3)$$

где v_n – относительная скорость соударения тел. При попутном ударе

$$v_n = v_{1n} - v_{2n}; \quad \text{при встречном } v_n = v_{1n} + v_{2n}.$$

В большинстве случаев соударений происходит деформация кузовов, переднего и заднего буферных устройств и других элементов

конструкции. При приближенном решении можно принять $\epsilon = 0$. Уточненное значение ϵ вычисляют по формуле (3). Фактическое значение коэффициента восстановления может быть найдено только экспериментально.

Система уравнений (1) – (3) позволяет в принципе изучить основные закономерности процесса соударения автомобилей. Методику определения расчетных значений поясним на частном примере.

Рассмотрим фронтальный удар двух тел (по схеме на рис. 1, а). Примем: $v_1 = 36$ км/ч (10 м/с), $v_2 = 18$ км/ч (5 м/с), $\alpha = 30^\circ$. До удара вращения отсутствует, т. е. $\omega_{10} = 0$ и $\omega_{20} = 0$. Массы автомобилей: ударяющего (тело 1) – $m_1 = 1445$ кг, ударяемого (тело 2) – $m_2 = 1045$ кг. Их моменты инерции относительно вертикальных осей, проходящих через центры масс (точки C_1 и C_2): $I_1 = 2407$ кг·м², $I_2 = 1529$ кг·м². Оба автомобиля имеют одинаковую конструкцию. Их габаритные размеры (рис. 2) также одинаковы: $l_1 = l_2 = 4,073$ м, $B_1 = B_2 = 1,6$ м, $a = 0,6$ м, $d = 2,424$ м, $c = 1,046$ м, но массы различны. Расстояние от центров масс до плоскостей соударения: $x_1 = 1,913$ м, $x_2 = 2,347$ м. Наконец, распределение масс по осям: $m_{11} = 662$ кг, $m_{12} = 783$ кг, $m_{21} = 560$ кг, $m_{22} = 486$ кг (первая цифра индекса – номер автомобиля, вторая – номер оси).

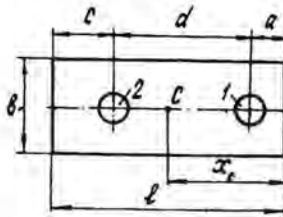


Рис. 2. Габаритная схема автомобилей:
1 – передний; 2 – задний мост

Используя исходные данные и расчетные зависимости, находим: относительную скорость соударения

$$v_n = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2 = -10 \cos 30^\circ + 5 = -3,660 \text{ м/с};$$

коэффициент восстановления

$$\epsilon = 0,962 - 0,1227 \cdot 3,660 + 0,0107 \cdot 3,660^2 = 0,656;$$

координаты точек C_1 и C_2 :

$$h_1 = -0,26368 \text{ м}; p_1 = 2,0567 \text{ м}; h_2 = -0,4 \text{ м}; p_2 = 2,347 \text{ м};$$

вспомогательные коэффициенты:

$$G = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{h_1^2}{I_1} + \frac{h_2^2}{I_2} = \frac{1}{1445} + \frac{1}{1046} + \frac{0,26368^2}{2407} + \frac{0,4^2}{1529} = 1,7886 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1};$$

$$G_1 = \frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2} + \frac{p_1^2}{I_1} + \frac{p_2^2}{I_2} = \frac{1}{1445} + \frac{1}{1046} + \frac{2,0567^2}{2407} + \frac{2,347^2}{1529} = 7,0053 \cdot 10^{-3} \text{ м}^{-1};$$

$$H = \frac{h_1 p_1}{I_1} + \frac{h_2 p_2}{I_2} = \frac{-0,23668 \cdot 2,0567}{2407} + \frac{-0,4 \cdot 2,347}{1529} = -8,393 \cdot 10^{-4} \text{ м}\cdot\text{с};$$

$$B = G G_1 - H^2 = 1,7886 \cdot 10^{-3} \cdot 7,0053 \cdot 10^{-3} - 8,393^2 \cdot 10^{-8} = 1,175 \cdot 10^{-5} \text{ м}\cdot\text{с}^2;$$

$$A_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \bar{v}_2 \bar{n}_2 + h_1 \omega_{10} + h_2 \omega_{20} = -v_1 \cos 30^\circ + v_2 = -3,660 \text{ м/с};$$

$$A_2 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + p_1 \omega_{10} + p_2 \omega_{20} = -v_1 \sin 30^\circ = 5 \text{ м/с}.$$

Импульсы ударных сил вычислим для двух случаев удара: с проскальзыванием и без проскальзывания. Для первого случая значения S_n и S_τ находим по формулам

$$S_n = -\frac{(1+\varepsilon)A_1}{G+Hf}; \quad S_\tau = S_n f.$$

Результаты расчетов при различных значениях коэффициента трения f_d и $\alpha = 30^\circ$ приведены в табл. 2.

Таблица 2

f_d	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6
$S_n, \text{ Н}\cdot\text{с}$	3582	3759	3953	4169	4410	4680	4985
$S_\tau, \text{ Н}\cdot\text{с}$	0	-376	-791	-1251	-1768	-23400	-2991

Знак минус для S_τ означает, что этот импульс направлен в сторону, обратную оси τ_1 (первое тело) и оси τ_2 (второе тело). Отметим также, что с увеличением f_d значения как S_n , так и S_τ возрастают.

Импульсы ударных сил при ударе шероховатых тел без их взаимного проскальзывания вычислим по формулам:

$$S_n = \frac{HA_2 - (1+\varepsilon)A_1G_1}{B} = \frac{-8,393 \cdot 10^{-4} \cdot 5 - (1+0,656)(-3,66) \cdot 7,005 \cdot 10^{-3}}{1,1757 \cdot 10^{-5}} = 3955 \text{ Н}\cdot\text{с};$$

$$S_\tau = \frac{-(1+\varepsilon)A_1H - GA_2}{B} = \frac{-(1+0,656)(-3,66)(-8,393 \cdot 10^{-4}) - 1,7886 \cdot 10^{-3} \cdot 5}{1,1756 \cdot 10^{-5}} = -1188 \text{ Н}\cdot\text{с}.$$

Для этого случая находим значения предельного коэффициента трения

$$f_p = \frac{|S_\tau|}{S_n} = \frac{1188}{3955} = 0,3.$$

Сравнивая эти значения с данными табл. 2, приходим к выводу, что при $f_d > f_p$ проскальзывания нет.

В общем случае для решения вопроса, с проскальзыванием или без него происходит удар автомобиля, необходимо вычислить S_τ и S_n

при ударе без проскальзывания, определить значение расчетного коэффициента трения f_p и сравнить его с фактическим.

Значение f_p , помимо других факторов, зависит также от угла наклона α и положения точки удара (значение h_2).

Зависимость между f_p и α характеризуется данными, приведенными в табл. 3 (при $h_2 = -0,4$).

Таблица 3

α , град	0	7,5	15	30	45	60
S_n , Н·с	4085	4402	4517	3955	2434	560
S_τ , Н·с	-726	-827	-957	-1188	-1184	-913
f_p	0,1776	0,1878	0,2119	0,3002	0,4862	1,631

Здесь при малых значениях угла α с его увеличением импульс S_n возрастает, при больших – уменьшается. Такая же тенденция наблюдается для S_τ . Значение f_p постепенно увеличивается и при $\alpha = 60^\circ$ превышает единицу. Как известно, случай $f_d > 1$ невозможен. Для $f_p = 1$ находим $\alpha = 56,5^\circ$. Таким образом, при $\alpha_p \geq 56,5^\circ$ удар всегда будет сопровождаться проскальзыванием тел в точке удара (удар вскользь).

Значение α_p зависит от различных факторов, характеризующих процесс удара. Оно всегда находится из условия $f_p = 1$, т. е. при $|\bar{S}_n| = |\bar{S}_\tau|$. Приравнявая выражения из нижней строки табл. 1 и отбрасывая знаменатели, получаем

$$HA_2 - (1+\epsilon)A_1G_1 = (1+\epsilon)A_1H - GA_2.$$

Отсюда

$$A_2(H - G) = (1+\epsilon)A_1(G_1 - H). \quad (5)$$

Косвенно угол α входит в выражение для определения G , G_1 , H и A_1 , поэтому выразить его в явном виде из уравнения (5) не представляется возможным. Используя метод итераций, получаем значение α_p в зависимости от h_2 (табл. 4).

Таблица 4

h_2 , м	-0,8	-0,4	0	0,4	0,8
α_p , град	57,3	56,3	55,0	53,5	51,5

Эти данные показывают, что по мере перемещения точки удара с правой стороны автомобиля на левую (при заданном расположении автомобиля до удара) значение α_p уменьшается, т. е. вероятность удара вскользь возрастает.

Таблица 5

h_2 , м	-0,8	-0,4	0	0,4	0,8
S_n , Н·с	3951	3955	3720	3279	2731
S_τ , Н·с	-1533	-1188	-833	-532	-323
f_p	0,388	0,300	0,224	0,162	0,118

Зависимость f_p от h_2 характеризуется данными, приведенными в табл. 5.

Отсюда следует, что по мере увеличения h_2 значения S_n , S_τ и f_p уменьшаются, т. е. вероятность удара с проскальзыванием тел в точке удара возрастает.

Таким образом, выполненный для частных случаев фронтально-го соударения анализ решения уравнений (1) – (3) позволил установить закономерности изменения импульсов ударных сил, которые не противоречат физическому процессу удара.

После определения импульсов ударных сил можно вычислить скорости их центров масс и угловые скорости вращения автомобилей вокруг центров масс после удара. Используя систему уравнений (1), находим (для $\alpha = 30^\circ$ и $f = 0,3$, $h_2 = 0,4$ м):

$$\bar{u}_1 \bar{n}_1 = \bar{v}_1 \bar{n}_1 + \frac{S_n}{m_1} = -10 \cos 30^\circ + \frac{4169}{1445} = -8,660 + 2,885 = 5,775 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_1 \bar{\tau}_1 = \bar{v}_1 \bar{\tau}_1 + \frac{S_\tau}{m_1} = 10 \cos 60^\circ - \frac{1251}{1445} = 5 - 0,866 = 4,134 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_2 \bar{n}_2 = \bar{v}_2 \bar{n}_2 + \frac{S_n}{m_2} = 5 + \frac{4168}{1046} = 5 + 3,956 = 8,986 \text{ м/с};$$

$$\bar{u}_2 \bar{\tau}_2 = \bar{v}_2 \bar{\tau}_2 + \frac{S_\tau}{m_2} = 0 - \frac{1251}{1046} = -1,196 \text{ м/с}.$$

Итак, после удара проекция скорости точки C_1 на ось n_1 уменьшится по абсолютной величине, но сохранит свое направление. Для точки C_2 такая же проекция сохранит свое направление, но увеличится по величине. Так как $|\bar{u}_1 \bar{n}_1| < |\bar{u}_2 \bar{n}_2|$, то по нормальному направлению после удара оба автомобиля будут двигаться отдельно. Аналогично $|\bar{u}_1 \bar{\tau}_1| > |\bar{u}_2 \bar{\tau}_2|$, и эти проекции направлены в одну сторону, т. е. и по касательному направлению оба тела будут двигаться после удара также отдельно.

Для определения угловых скоростей вращения автомобилей после удара воспользуемся схемой, приведенной на рис. 1, а:

$$\omega_1 = \omega_{10} - \frac{S_{1n}h_1}{I_1} - \frac{S_{1r}p_1}{I_1} = 0 - \frac{4169 \cdot 0,2637}{2407} - \frac{1251 \cdot 2,0567}{2407} = -1,526 \text{ с}^{-1};$$

$$\omega_2 = \omega_{20} + \frac{S_{2n}h_2}{I_2} - \frac{S_{2r}p_2}{I_2} = 0 + \frac{4169 \cdot 0,2637}{1529} - \frac{1251 \cdot 2,347}{1529} = -0,830 \text{ с}^{-1}.$$

Таким образом, после удара оба автомобиля приобретут вращение по часовой стрелке (угловые скорости отрицательны).

Зная скорости движения центра масс и угловые скорости тел после удара, можно с помощью формул теоретической механики [2] определить движение автомобилей после удара. Эта задача является самостоятельной и будет рассмотрена отдельно.

Случай бокового удара (см. рис. 1, б) решается также с помощью систем уравнений (1) – (3) и формул, приведенных в табл. 1. Отличие заключается в определении значений координат точки C_2 . Система уравнений для определения координат центра масс при боковом ударе имеет вид

$$h_1 = x_1 \cos \alpha - b_1 \sin \alpha;$$

$$p_1 = x_1 \sin \alpha + b_1 \cos \alpha;$$

$$h_2 = x_2 - c_2;$$

$$p_2 = b_2,$$

где c_2 – расстояние от точки E до передней габаритной плоскости второго автомобиля;

$2b_2$ – габаритная ширина второго автомобиля.

Выше было отмечено, что задача о соударении автомобилей является многовариантной. Процедура расчета сравнительно проста, но трудоемка. Для облегчения вычислений целесообразно составить программу расчета на ЭВМ.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Морозов С. И. Удар двух тел: Методич. указания по решению задач. - Архангельск: РИО АГТУ, 1996. - 56 с. [2]. Никитин Н. Н. Курс теоретической механики: Учеб. для машиностроит. и приборостроит. спец. вузов. - 5-е изд., перераб. и доп. - М.: Высш. шк., 1990. - 607 с.

Поступила 31 мая 1996 г.