

УДК 674.093

DOI: 10.17238/issn0536-1036.2016.1.138

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ РАЗМЕРОВ БРУСЬЕВ
И ДОСОК ПРИ РАСКРОЕ ПИЛОВОЧНИКА
БРУСОВО-СЕКМЕНТНЫМ СПОСОБОМ
С УЧЕТОМ ШИРИНЫ ПРОПИЛА**

© *А.И. Агапов, д-р техн. наук, проф.*

Вятский государственный университет, ул. Московская, 36, г. Киров, Россия, 610000;
e-mail: agapov_ai.34@mail.ru

Рассматривается задача оптимизации раскроя пиловочника брусом-сегментным способом с выпиливанием двухкантного бруса и двух сегментов, из которых затем выпиливаются трехкантные полубрусья и трехкантные боковые доски. При раскросе сегмента толщина трехкантного полубруса равна толщине двухкантного бруса. Из трехкантного полубруса выпиливаются обрезные доски и трехкантные заготовки с необработанной пластью. Эти заготовки распиливаются на две равные части, сушатся, затем у них необработанные пласти фрезеруются наклонно и по сбегу. Далее полученные заготовки трапециевидного сечения склеиваются между собой по этим наклонным поверхностям с разворотом одной из них по пласти и по длине на 180° . В качестве критерия оптимальности выбран объем получаемой пилопродукции. Целевая функция представлена в виде двух сумм площадей поперечных сечений пиломатериалов, получаемых из двухкантного бруса и двух сегментов с учетом ширины пропила. Уравнения связи устанавливают взаимосвязь между диаметром пиловочника в вершинном торце с размерами брусьев и досок, получаемых при раскросе двухкантного бруса и двух сегментов. Для удобства решения данной задачи целевая функция представлена в относительных единицах, диаметр пиловочника в вершинном торце принят за единицу. Для отыскания максимального значения целевой функции, находим первую производную по толщине двухкантного бруса и приравняем ее к нулю. Отыскание максимума целевой функции осуществлено путем приближенного вычисления. Для проверки адекватности решения задачи оптимизации путем дифференцирования целевой функции составлен алгоритм решения задачи в относительных единицах. На основании полученного алгоритма решения задачи оптимизации такого способа раскроя пиловочника (с учетом ширины пропила и использованием численного метода) определены оптимальные размеры брусьев и досок, а также значения целевой функции. Результаты показали, что оптимальная относительная толщина двухкантного бруса, полученная путем расчета алгоритма решения задачи, совпадает с оптимальной относительной толщиной двухкантного бруса, полученной аналитически, путем дифференцирования целевой функции. Установлено, что с увеличением ширины пропила толщина двухкантного бруса возрастает, а размеры боковых досок, получаемых из сегмента, уменьшаются.

Ключевые слова: раскрой пиловочника, двухкантный брус, сегмент, трехкантный полубрус, трехкантные заготовки, оптимизация, целевая функция, уравнения связи, критерий оптимальности, алгоритм решения задачи.

Постановка задачи

При раскросе пиловочника малых и средних размеров (диаметр 14...40 см) обычно используются развальный и брусово-развальный способы распиловки. Рекомендуется также осуществлять раскрой пиловочника брусово-сегментным способом [4, 6] с дальнейшей распиловкой сегментов на радиальные доски. Такой способ раскроса пиловочника пока мало используется в промышленности. Одной из причин подобного положения является недостаточная изученность особенностей этого способа раскроса пиловочника и, прежде всего, отсутствие технологического обеспечения. Рассмотрим вариант брусово-сегментного способа раскроса пиловочника средних размеров (20...40 см) с выпиливанием при первом проходе одного двухкантного бруса и двух сегментов (рис. 1).

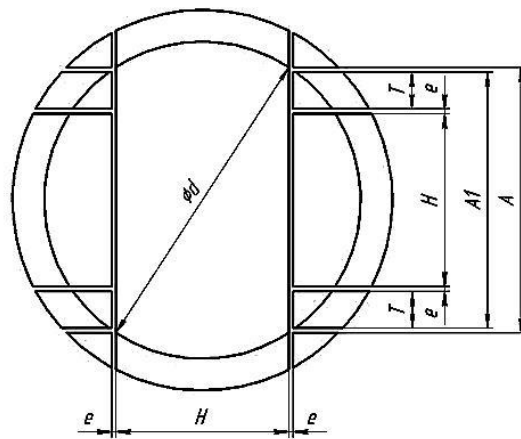


Рис. 1. Схема брусово-сегментного способа раскроса пиловочника с выпиливанием одного бруса и двух сегментов

Далее двухкантный брус распиливается на обрезные доски и боковые трехкантные заготовки, которые затем раскраиваются на две равные части и сушатся. У полученных трехкантных заготовок необработанная поверхность фрезеруется наклонно и по сбегу, а затем они склеиваются вместе в блоки по наклонной поверхности с разворотом одной из заготовок по поверхности и по длине на 180° [5].

Сегменты распиливаются на трехкантный полубрус, трехкантные доски и рейки. Из трехкантного полубруса выпиливаются обрезные доски и трехкантные заготовки с необработанной поверхностью. Эти заготовки распиливаются на две равные части, сушатся, а затем у них необработанные поверхности фрезеруются наклонно и по сбегу. Далее полученные заготовки трапециевидного сечения склеиваются между собой по этим наклонным поверхностям с разворотом одной из них по поверхности и по длине на 180° .

Трехкантные полуобрезные доски сушатся и необрезные кромки у них фрезеруются наклонно к поверхности и по сбегу, затем склеиваются между собой в доски

по наклонным кромкам с поворотом одной из них по пласти и по длине на 180° . При таком варианте раскря пиловочника увеличивается выход пилопродукции, так как используется периферийная и сбеговая зоны бревна. Кроме того, обрезные доски получают как из двухкантного бруса, так и из трехкантных полубрусев, выпиленных из сегмента.

Составление математической модели

При раскря пиловочника по такой схеме прежде всего необходимо знать оптимальные размеры выпиленных брусев и досок. Задачу оптимизации данной схемы раскря пиловочника решаем следующим образом. В качестве критерия оптимальности выбираем объем пилопродукции [1]. Целевую функцию представляем в виде двух сумм площадей поперечных сечений пиломатериалов, получаемых из двухкантного бруса и двух сегментов [2]:

$$Z = Z_{бр} + Z_c, \quad (1)$$

где $Z_{бр}$ – площадь поперечного сечения пиломатериалов, получаемых при раскря двухкантного бруса;

Z_c – площадь поперечных сечений пиломатериалов, получаемых при раскря двух сегментов.

Постановка данной задачи оптимизации основывается на предположении, что с увеличением толщины двухкантного бруса площадь поперечного сечения этого бруса возрастает, площадь поперечных сечений пиломатериалов, получаемых при раскря сегментов, уменьшается. Очевидно имеется такое сочетание этих площадей поперечных сечений, при которых целевая функция (сумма этих площадей поперечных сечений) принимает максимальное значение. Это и будет искомым вариантом решения задачи оптимизации.

Площадь поперечного сечения двухкантного бруса можно определить по формуле

$$Z_{бр} = 0,5H(d + A), \quad (2)$$

где H – толщина выпиленного двухкантного бруса;

d – диаметр бревна в вершинном торце;

A – ширина пласти двухкантного бруса.

Площадь поперечного сечения пиломатериалов, получаемых при раскря сегментов, представляем как сумму поперечных сечений двух центральных трехкантных полубрусев и боковых трехкантных досок:

$$Z_c = Z_{сб} + Z_{сд}, \quad (3)$$

где $Z_{сб}$ – площадь поперечных сечений центральных трехкантных полубрусев, получаемых при раскря сегментов,

$$Z_{сб} = 0,5H(d + A) - H(H + 2e); \quad (4)$$

e – ширина пропила;

$Z_{сд}$ – площадь поперечных сечений трехкантных досок, получаемых при раскря сегментов,

$$Z_{сд} = 2T^2; \quad (5)$$

T – толщина боковой трехкантной доски.

Тогда площадь поперечного сечения пиломатериалов, получаемых при раскрое сегментов, можно определить по следующей формуле

$$Z_c = 0,5H(d + A) - H(H + 2e) + 2T^2. \quad (6)$$

Целевая функция

$$Z = H(d + A) - H(H + 2e) + 2T^2. \quad (7)$$

Уравнения связи можно составить, используя теорему Пифагора. Взаимосвязь между диаметром пиловочника в вершинном торце с размерами брусьев и досок можно представить следующими равенствами.

Ширина пласти двухкантного бруса

$$A = \sqrt{d^2 - H^2}. \quad (8)$$

Толщина боковой трехкантной доски, получаемой при раскрое сегмента,

$$T = 0,5(A_1 - (H + 2e)), \quad (9)$$

где A_1 – ширина основания сегмента,

$$A_1 = \sqrt{d^2 - (H + 2e)^2}. \quad (10)$$

С учетом формулы (10) сумма площадей поперечных сечений боковых трехкантных досок, выпиливаемых из сегментов, определяем по формуле

$$Z_{cd} = 2T^2 = 0,5(A_1^2 - (H + 2e) + (H + 2e)^2), \quad (11)$$

где $A_1^2 = d^2 - (H + 2e)^2$.

С учетом этого равенства формула (11) примет следующий вид:

$$Z_{cd} = 0,5d^2 - A_1(H + 2e). \quad (12)$$

Тогда площади поперечных сечений пиломатериалов, получаемых при раскрое сегментов,

$$Z_c = 0,5d^2 + 0,5H(d + A) - H(H + 2e) - A_1(H + 2e). \quad (13)$$

С учетом равенства (12) представим целевую функцию в виде

$$Z = 0,5d^2 + dH + HA - (A_1 + H)(H + 2e). \quad (14)$$

Полагаем, что математическая модель задачи оптимизации составлена.

Решение математической модели

Для удобства решения данной задачи целевую функцию представляем в относительных единицах, полагая $m_H = H/d$. Тогда целевая функция (14) будет иметь следующий вид:

$$Z = 0,5 + m_H + m_H m_A - (m_{A_1} + m_H)(m_H + 2m_e). \quad (15)$$

В формулу (15) подставляем равенства (8) и (10):

$$Z = 0,5 + m_H + m_H \sqrt{1 - m_H^2} - (m_H + 2m_e) \sqrt{1 - (m_H + 2m_e)^2} - m_H(m_H + 2m_e). \quad (16)$$

Для отыскания максимального значения целевой функции находим первую производную по m_H и приравняем ее к нулю:

$$\frac{dZ}{dm_H} = 1 + \frac{1 - 2m_H^2}{\sqrt{1 - m_H^2}} - \frac{1 - 2(m_H + 2m_e)^2}{\sqrt{1 - (m_H + 2m_e)^2}} - 2(m_H + m_e) = 0, \quad (17)$$

где m_e – ширина пропила.

Решая уравнение (17) при $m_e = 0$, получаем $m_H = 0,5$. Таким образом, определена оптимальная толщина выпиливаемого бруса $m_H = 0,5$, при которой целевая функция принимает экстремальное значение для варианта, когда ширина пропила равна нулю.

Для других результатов исследования относительных ширин пропила оптимальные относительные толщины бруса представлены в табл. 1, данные в которой получены путем приближенного решения уравнения (17).

Таблица 1

Оптимальные относительные толщины бруса для различной ширины пропилов

m_e	0	0,01	0,02	0,03	0,04
m_H	0,500	0,510	0,524	0,543	0,572

Результаты табл. 1 показывают, что с увеличением относительной ширины пропила относительная толщина бруса возрастает, а следовательно, размеры сегментов и досок должны уменьшаться.

Проверка адекватности решения задачи

Для проверки правильности решения данной задачи выполняем расчеты целевой функции, а также производим определение размеров брусьев и сегментов, принимая относительную толщину двухкантного бруса в определенном диапазоне вблизи оптимальной толщины его в соответствии с табл. 1.

Размеры брусьев и боковых досок, а также площади их поперечных сечений предлагается определять в относительных единицах. Тогда алгоритм решения задачи будет представлять следующую последовательность формул, которая написана на основании ранее полученных равенств.

Относительная ширина пласти двухкантного бруса на основании равенства (8):

$$m_A = \sqrt{1 - m_H^2}. \quad (18)$$

Относительная ширина основания сегмента на основании равенства (10):

$$m_{A_1} = \sqrt{1 - (m_H + 2m_e)^2}. \quad (19)$$

Относительная толщина боковой трехкантной доски по равенству (9):

$$m_T = 0,5(m_{A_1} - (m_H + 2m_e)). \quad (20)$$

Относительная площадь поперечного сечения двухкантного бруса на основании (2):

$$Z_{бр} = 0,5m_H(1 + m_A). \quad (21)$$

Относительная площадь поперечных сечений боковых трехкантных досок, получаемых при раскрое сегментов, по (12):

$$Z_{сд} = 0,5 - m_{A_1}(m_H + 2m_e). \quad (22)$$

Относительная площадь поперечных сечений трехкантных полубрусьев, получаемых при раскрое сегментов:

$$Z_{сб} = 0,5m_H(1 + m_A) - m_H(m_H + 2m_e). \quad (23)$$

Относительная площадь поперечных пиломатериалов, получаемых при раскросе сегментов, по (13):

$$Z_c = 0,5 + 0,5m_H(1 + m_A) - m_H(m_H + 2m_e) - m_{A_1}(m_H + 2m_e). \quad (24)$$

Суммарную относительную площадь поперечных сечений пиломатериалов, получаемых при раскросе двухкантного бруса и двух сегментов, определим по формуле (1).

Расчеты произведены для различных значений относительной ширины пропила в следующей последовательности [3]. Зададим относительную ширину пропила m_e и изменим относительную толщину двухкантного бруса m_H в определенных пределах. Затем определим по алгоритму остальные относительные размеры брусьев и сегментов, а также площади их поперечных сечений. По результатам расчетов отыщем максимальные значения целевой функции. Этот результат и будет являться искомым решением данной задачи оптимизации. Результаты расчетов представлены в табл. 2, где жирным шрифтом выделен оптимальный вариант расчета, при котором целевая функция Z принимает максимальное (оптимальное) значение.

Таблица 2

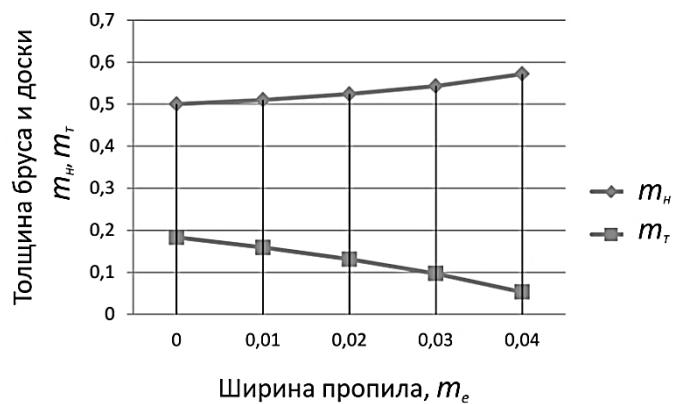
Относительные размеры брусьев и боковых досок, а также площади их поперечных сечений для различной относительной ширины пропила

m_e	m_H	m_A	m_{A_1}	$Z_{ср}$	m_T	$Z_{сб}$	$Z_{сд}$	Z_c	Z
0	0,480	0,877	0,8773	0,4505	0,1986	0,2201	0,0789	0,2991	0,74960000
	0,490	0,872	0,8717	0,4586	0,1909	0,2185	0,0729	0,2913	0,74990000
	0,500	0,866	0,8660	0,4665	0,1830	0,2165	0,0670	0,2835	0,75000000
	0,510	0,860	0,8602	0,4743	0,1751	0,2142	0,0613	0,2756	0,74990000
0,01	0,520	0,854	0,8542	0,4821	0,1671	0,2117	0,0558	0,2675	0,74960000
	0,490	0,872	0,8602	0,4586	0,1751	0,2087	0,0613	0,2700	0,72855505
	0,500	0,866	0,8542	0,4665	0,1671	0,2065	0,0558	0,2623	0,72884625
	0,510	0,860	0,8480	0,4743	0,1590	0,2040	0,0506	0,2546	0,72895019
	0,520	0,854	0,8417	0,4821	0,1508	0,2013	0,0455	0,2468	0,72886735
	0,530	0,848	0,8352	0,4897	0,1426	0,1982	0,0407	0,2389	0,72859819
	0,521	0,854	0,8278	0,4829	0,1334	0,1906	0,0356	0,2262	0,70901736
	0,522	0,853	0,8271	0,4836	0,1326	0,1903	0,0351	0,2254	0,70902242
	0,523	0,852	0,8265	0,4844	0,1317	0,1899	0,0347	0,2246	0,70902576
	0,524	0,852	0,8258	0,4852	0,1309	0,1896	0,0343	0,2239	0,70902739
	0,525	0,851	0,8251	0,4859	0,1300	0,1893	0,0338	0,2231	0,70902731
	0,526	0,850	0,8244	0,4867	0,1292	0,1890	0,0334	0,2223	0,70902552
0,03	0,527	0,850	0,8237	0,4874	0,1284	0,1886	0,033	0,2216	0,70902202
	0,541	0,841	0,7992	0,4980	0,0991	0,1729	0,0197	0,1925	0,69050356
	0,542	0,840	0,7985	0,4987	0,0982	0,1725	0,0193	0,1918	0,69050649
	0,543	0,840	0,7977	0,4995	0,0974	0,1721	0,0190	0,1910	0,69050792
	0,544	0,839	0,7970	0,5002	0,0965	0,1717	0,0186	0,1903	0,69050783
	0,545	0,838	0,7962	0,501	0,0956	0,1712	0,0183	0,1895	0,69050623
0,04	0,570	0,822	0,7599	0,5192	0,0550	0,1487	0,0060	0,1547	0,67388024
	0,571	0,821	0,7591	0,5199	0,0540	0,1482	0,0058	0,1540	0,67388188
	0,572	0,820	0,7582	0,5206	0,0531	0,1476	0,0056	0,1533	0,67388230
	0,573	0,820	0,7574	0,5213	0,0522	0,1471	0,0054	0,1526	0,67388151
	0,574	0,819	0,7565	0,5220	0,0512	0,1466	0,0053	0,1519	0,67387951

Анализ результатов

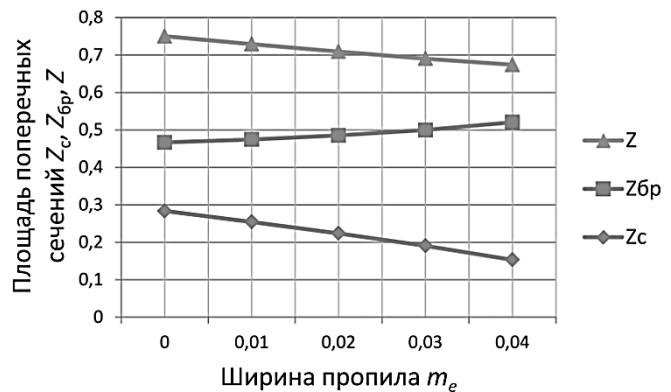
Сравнивая результаты табл. 1 и 2, следует отметить, что оптимальная относительная толщина двухкантного бруса, полученная путем расчета алгоритма решения задачи, совпадает с оптимальной относительной толщиной двухкантного бруса, полученной аналитически – путем дифференцирования целевой функции. С увеличением относительной ширины пропила оптимальная относительная толщина двухкантного бруса возрастает, а размеры сегмента уменьшаются. При этом с увеличением относительной ширины пропила оптимальная относительная толщина боковых досок, получаемых из сегментов, уменьшается ускоренно (рис. 2).

Рис. 2. Влияние относительной ширины пропила на оптимальные относительные толщины двухкантного бруса и боковых досок, получаемых из сегментов



С увеличением относительной ширины пропила величина целевой функции уменьшается (рис. 3), причем объем двухкантного бруса возрастает, а объем сегментов при этом уменьшается.

Рис. 3. Влияние относительной ширины пропила на оптимальные площади поперечных сечений пиломатериалов, получаемой из двухкантного бруса и сегментов



Результаты расчетов, представленных в табл. 2, подтверждают правильность ранее сделанного предположения о том, что с увеличением относительной толщины бруса m_n , площадь поперечного сечения пиломатериалов, получаемых из брусьев, возрастает, а площадь поперечного сечения пиломатериалов, получаемых

при раскросе сегментов, уменьшается. Самое главное – сумма этих площадей поперечных сечений (величина целевой функции) пиломатериалов принимает максимальное значение только при определенном значении m_H . Расчеты показали, что величина целевой функции принимает максимальное значение, совпадающее с экстремальным значением, полученным аналитическим методом дифференцирования целевой функции.

Анализ результатов табл. 2 позволяет сделать вывод о том, что целевая функция при изменении толщины двухкантного бруса вблизи экстремума изменяется плавно и незначительно. Следовательно, при расчете и составлении поставок размеры брусьев и досок можно выбирать с небольшим отклонением от оптимального варианта целевой функции. В этом случае будет наблюдаться незначительное уменьшение выхода пиломатериалов от максимального (оптимального) значения, но при этом можно выпиливать спецификационные (стандартные) пиломатериалы.

Таким образом, впервые рассмотрена и решена задача оптимизации раскроса пиловочника брусом-сегментным способом с учетом ширины пропила при первом проходе, для которой найдены оптимальные толщины бруса в зависимости от относительной ширины пропила и предложен алгоритм для расчета остальных оптимальных размеров брусьев и досок. Данный алгоритм решения задачи предлагается использовать при расчете и составлении поставок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Агапов А.И.* Оптимизация технологических процессов деревообработки: учеб. пособие. Киров: ВятГУ, 2012. 81 с.
2. *Агапов А.И.* Раскрой пиловочника средних размеров с выпиливанием одного бруса и двух сегментов // Сб. материалов Всероссийской ежегодной науч.-практ. конф. «Общество, наука, инновации» (НПК-2013), 15–26 апр., 2013 г. Киров: Вятский гос. ун-т, 2013. (Электронный ресурс).
3. *Агапов А.И.* Оптимизация раскроса пиловочника больших размеров с выпиливанием трех брусьев и двух пар боковых досок // Лесн. журн. 2015. №1. С. 108–116. (Изв. высш. учеб. заведений).
4. *Аксенов П.П.* Технология пиломатериалов. М., 1963. 579 с.
5. Пат. 2530997 РФ, МПК В 27 В 1/00. Способ изготовления обрезных пиломатериалов из пиловочника / Агапов А.И. № 2013123320; заявл. 21.05.2013.
6. *Уласовец В.Г.* Технологические основы производства пиломатериалов: учеб. пособие. Екатеринбург: УГЛТУ, 2002. 510 с.

Поступила 20.01.2015

UDC 674.093
DOI: 10.17238/issn0536-1036.2016.1.138

Setting of Optimal Sizes of the Square-Sawn Beams and Boards at Sawlog Cutting by Beam-Segment Method Considering the Cut Width

A.I. Agapov, Doctor of Engineering Sciences, Professor
Vyatka State University, Moskovskaya str., 36, Kirov, 610000, Russian Federation;
e-mail: agapov_ai.34@mail.ru

The paper considers the problem of sawlog sawing optimization with beam-segment method by sawing a two-edged cant and two segments, which into three-edged half-bars and three-edged sideboards are cut. When cutting the segment the thickness of the three-edged half-bar is equal to the thickness of the two-edged cant. The edging boards and three-edged pieces with a rough surface are cut from the three-edged half-bar. These pieces are cut into two equal parts, dried, and then their rough faces are milled obliquely along a rise. The resulting parts of trapezoidal cross section are glued together on these inclined surfaces with a turn of one of them on the plate and a length of 180 degrees. The optimality criterion is a volume of sawn timber. The objective function is represented as two sums of squares of the cross sections of lumber derived from a two-edged cant and two segments according to the cutting width. The equations of connection establish the relationship between the top diameter of logs with dimensions of bars and boards, obtained by cutting a two-edged cant and two segments. The objective function is represented in relative units, taking the top diameter of sawlogs as the unit. To get the maximum value of the objective function, we find the first derivative of the thickness of a two-edged cant and equate it to zero. Finding the maximum of the objective function was carried out by an approximate calculation. To check the approximation of the solution of the optimization problem by differentiating the objective function the problem algorithm in relative units is compiled. Based on the obtained optimization problem algorithm of the method of cutting logs (including cutting width and using a numerical method) the optimum sizes of boards and beams, as well as the values of the objective function are determined. The results showed that the optimal relative thickness of the two-sided beam, derived by calculating the problem algorithm coincided with the optimal relative thickness of the two-sided beam, derived analytically by differentiating the objective function. It is established that with increase of the cutting width the thickness of the two-edged cant beam increased and the dimensions of the side boards, obtained from the segment, decreased.

Keywords: sawlog cutting, two-edged cant, segment, three-edged half-beam, three-edged blanks, optimization, objective function, optimality criterion, problem algorithm.

REFERENCES

1. Agapov A.I. *Optimizatsiya tekhnologicheskikh protsessov derevoobrabotki: ucheb. posobie* [Optimization of Technological Processes in Woodworking]. Kirov, 2012. 81 p.
2. Agapov A.I. Raskroy pilovochnika srednikh razmerov s vypilivaniem odnogo brusa i dvukh segmentov [Cutting of Medium-Sized Sawlog with Sawing Out of One Square Beam and Two Segments]. *Sb. materialov Vserossiyskoy ezhegodnoy nauch.-prakt. konf. "Obshchestvo, nauka, innovatsii" (NPK-2013), 15–26 apr., 2013 g.* [Proc. All-Russian Annual Sci. and Prac. Conf. "Society, Science, Innovation", 15–26 April, 2013]. Kirov, 2013.
3. Agapov A.I. Optimizatsiya raskroya pilovochnika bol'shikh razmerov s vypilivaniem trekh brus'ev i dvukh par bokovykh dosok [Optimization of Cutting of Large-Sized Sawlog with Sawing Out of Three Square Beams and Two Pairs of Side Boards]. *Lesnoy zhurnal*, 2015, no. 1, pp. 108–116.
4. Aksenov P.P. *Tekhnologiya pilomaterialov* [Technology of Sawn Wood]. Moscow, 1963. 579 p.
5. Agapov A.I. *Sposob izgotovleniya obreznykh pilomaterialov iz pilovochnika* [Methods of Manufacturing of Square-Edged Sawn Wood from Logs]. Patent RF, no. 2530997, 2014.
6. Ulasovets V.G. *Tekhnologicheskie osnovy proizvodstva pilomaterialov: ucheb. posobie* [Technological Bases of Sawn Wood Production]. Yekaterinburg, 2002. 510 p.

Received on January 20, 2015