

УДК 625.312.001.24

РАСЧЕТ РЕЛЬСОВОГО ПУТИ ПРИ ПОДВИЖНОЙ НАГРУЗКЕ

Б. В. УВАРОВ

Архангельский лесотехнический институт

Стыковые соединения, а также неравномерный износ рельсов и колес создают неровности на поверхности качения, вызывающие колебания движущихся масс и динамические силы, воздействующие на путь. Динамика подвижного состава неоднократно рассматривалась ранее [3]. Представляет интерес решение задачи о взаимодействии пути и подвижного состава в процессе движения.

Рассмотрим рельс как балку на упругих опорах, по которой движется система из подрессоренной и непрорессоренной масс. Принятая расчетная схема показана на рис. 1, а, где обозначено:

- m_n, m_n — подрессоренная и непрорессоренная массы;
- k — коэффициент жесткости рессор;
- m_0 — сосредоточенная масса рельса, шпалы и балласта (присоединенная масса) в расчете на одну шпалу;
- k_0 — коэффициент жесткости упругой опоры;
- μ_0 — коэффициент диссипативного сопротивления основания пути.

Направление движения со скоростью v показано на рис. 1 стрелкой.

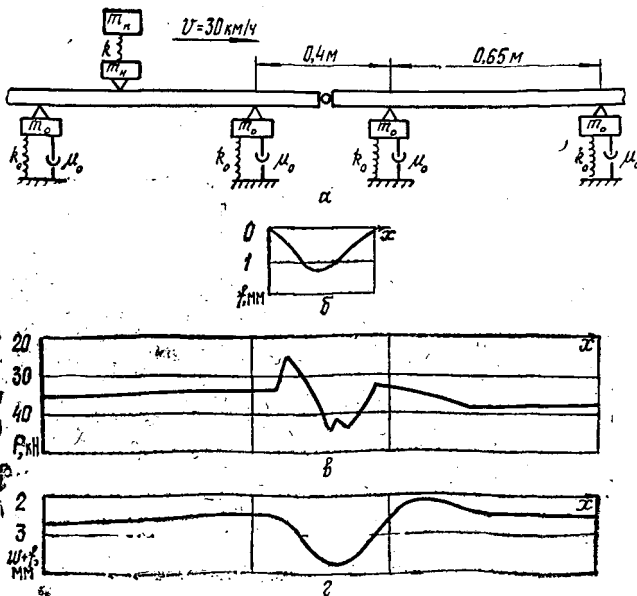


Рис. 1.

Кроме того, обозначим:

a_v ($v = 1, 2, 3 \dots$) — расстояние от начала рельса до упругих опор (осей шпал);

- l_1, l_2 — длина рассматриваемых отрезков рельсов, примыкающих к стыковому соединению;
 $y(t)$ — вертикальное перемещение подрессоренной массы;
 $w(x, t)$ — прогиб балки;
 $f(x)$ — величина неровности, обусловленная неравномерным износом рельсов или остаточными осадками шпал;
 $R_v(t)$ — реакция на рельс со стороны v -й шпалы;
 $P(t)$ — усилие, передающееся на рельс от движущегося колеса;
 x — координата по оси балки;
 t — время.

Положительными считаются перемещения, направленные вниз. Для колебаний подрессоренной массы имеем уравнение

$$m_n \frac{d^2 y(t)}{dt^2} + k [y(t) - w(vt, t) - f(vt)] - m_n g = 0. \quad (1)$$

Нагрузку на рельс $P(t)$ можно найти по формуле

$$P(t) = k [y(t) - w(vt, t) - f(vt)] - m_n \frac{d^2 [w(vt, t) + f(vt)]}{dt^2} + m_n g. \quad (2)$$

Для упругой линии прогиба балки имеем

$$w(x, t) = w_0(t) + x\varphi_0(t) + (x-l)\varphi_l(t)U(x-l) + \frac{1}{6EI}P(t)(x-vt)^3U(x-vt) - \frac{1}{6EI} \sum_v R_v(t)(x-a_v)^3U(x-a_v), \quad (3)$$

где $w_0(t), \varphi_0(t)$ — прогиб и угол поворота сечения на левом конце балки;

$\varphi_l(t)$ — скачок угла поворота сечения балки в стыковом соединении;

EI — жесткость балки;

U — единичная функция.

Для реакций опор справедливо равенство

$$R_v(t) = m_0 \frac{d^2 w(a_v, t)}{dt^2} + \mu_0 \frac{dw(a_v, t)}{dt} + k_0 w(a_v, t). \quad (4)$$

Требуемое совместное решение уравнений (1) — (4) аналитически выполнить затруднительно. Задача может быть решена итерационным способом на сетке узлов по координате t . Примем постоянный шаг Δt . Идея состоит в том, чтобы, считая нагрузку и реакцию опор неизменными на малом промежутке Δt , методом итераций найти динамическую силу $P(t)$, при которой перемещение неподдресоренной массы, согласно уравнению (2), равно упругому прогибу балки (3).

Обозначим $D = \frac{k_0}{m_0} - \frac{\mu_0^2}{4m^2}$, $\epsilon = e^{-\frac{\mu_0}{2m_0} \Delta t}$. Считая на промежутке Δt реакции опор R_v постоянными, можно решить дифференциальное уравнение (4). В результате получим осадки упругих опор w_v , соответствующие концу рассматриваемого интервала времени:

$$w_v = AR_v + \left(B + \frac{\mu_0}{m_0} C\right) w_v^H + C \frac{dw_v^H}{dt}, \quad (5)$$

где $w_v^H, \frac{dw_v^H}{dt}$ — осадка и ее производная по времени на начало промежутка Δt ;

A, B, C — постоянные величины (зависящие только от Δt), которые, в зависимости от знака D , определяются следующими формулами:

при $D < 0$; $\theta = \sqrt{-D}$

$$A = \frac{1}{m_0 \theta \left(\frac{\mu_0^2}{4m_0} - \theta^2 \right)} \left[\varepsilon \left(\frac{\mu_0}{2m_0} \operatorname{sh} \theta \Delta t + \theta \operatorname{ch} \theta \Delta t \right) - \theta \right];$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\theta} \left(\theta \operatorname{ch} \theta \Delta t - \frac{\mu_0}{2m_0} \operatorname{sh} \theta \Delta t \right);$$

$$C = \varepsilon / \theta;$$

при $D > 0$; $\theta = \sqrt{D}$

$$A = \frac{1}{m_0 \theta \left(\frac{\mu_0^2}{4m_0} + \theta^2 \right)} \left[\varepsilon \left(\frac{\mu_0}{2m_0} \sin \theta \Delta t + \theta \cos \theta \Delta t \right) - \theta \right];$$

$$B = \frac{\varepsilon}{\theta} \left(\theta \cos \theta \Delta t - \frac{\mu_0}{2m_0} \sin \theta \Delta t \right);$$

$$C = \varepsilon / \theta.$$

Приравнивая прогиб балки (3) при $x = a$, осадке упругих опор (5), получаем систему линейных алгебраических уравнений с неизвестными $R_v, \omega_0, \varphi_0, \varphi_l$. Для определения ω_0 и φ_0 к системе надо добавить два уравнения, получаемые из условий равновесия:

$$\Sigma R_v = P;$$

$$\Sigma R_v a_v = P v t,$$

где P — нагрузка на рельс, принятая постоянной на промежутке Δt .

Для нахождения φ_l требуется еще одно уравнение. Его можно получить, если известны свойства стыковых соединений. Имеются данные [1], что для лесовозных УЖД между изгибающим моментом в стыковом соединении M и величиной φ_l справедливо соотношение:

$$M = G \varphi_l,$$

где G — коэффициент пропорциональности, для которого есть экспериментальные оценки.

Требуемое уравнение имеет вид

$$\Sigma R_v (l_1 - a_v) U(l_1 - a_v) + G \varphi_l = P (l_1 - vt) U(l_1 - vt).$$

Считая $P(t)$ известной, можно систему уравнений последовательно решать для каждого шага Δt . Величины ω_v^n и $\frac{d\omega_v^n}{dt}$ принимаются по предыдущему шагу, а в начальный момент они равны нулю. Формула для $\frac{d\omega_v}{dt}$ получается из (5) дифференцированием по Δt .

Аналогично из уравнений (1) и (2) отыскиваются y и w на рассматриваемый момент времени:

$$y(t) = [\omega^n(t) + f^n(vt)](1 - \cos b\Delta t) + \frac{q}{b^2} (1 - \cos b\Delta t) + \\ + y^n(t) \cos b\Delta t + \frac{dy^n(t)}{dt} \frac{1}{b} \sin b\Delta t; \quad (6)$$

$$\begin{aligned}
w(t) = & -\frac{P(t)}{m_n} \left[\frac{a^2 - b^2}{a^4} (1 - \cos a\Delta t) + \frac{b^2 \Delta t^2}{2a^2} + \frac{g\Delta t^2}{2} + \right. \\
& + \frac{ky^n(t)}{m_n a^2} (1 - \cos a\Delta t) + \frac{k}{m_n a^2} \frac{dy^n(t)}{dt} \left(\Delta t - \frac{1}{a} \sin a\Delta t \right) \left. \right] + \\
& + [w^n(t) + f^n(vt)] \left(\frac{b^2}{a^2} + \frac{a^2 - b^2}{a^2} \cos a\Delta t \right) + \\
& + \left[\frac{dw^n(t)}{dt} + \frac{df^n(vt)}{dt} \right] \left(\frac{a^2 - b^2}{a^3} \sin a\Delta t + \frac{b^2}{a^2} \Delta t \right) - f^n(vt), \quad (7)
\end{aligned}$$

$$\text{где } b = \sqrt{k/m_n}; \quad a = \sqrt{k/m_n + b^2},$$

а верхними индексами «н» отмечены величины, соответствующие началу рассматриваемого промежутка времени Δt . На первом шаге их значения равны нулю, а на последующих берутся по предыдущему результату. Производные находятся дифференцированием формул (6) и (7) по Δt . Для неровностей $f(x)$ и ее производной $\frac{df(x)}{dx}$ должны быть заданы аналитические выражения.

Предлагается следующий порядок вычислений. Задается приближенное значение силы $P(t)$ на рассматриваемый момент времени. На первом шаге лучше всего принять $P(0) = (m_n + m_n)g$, а на последующих принимать по предыдущему результату. Находят реакции $R_i(t)$, прогиб балки под силой $w(x, t)$ по формуле (3) при $x = vt$, отклонения подрессоренной массы $y(t)$ по формуле (6), отклонения неподдресоренной массы $w(t)$ по формуле (7), а также производные $\frac{dw(t)}{dt}$ и $\frac{dy(t)}{dt}$. Полагая равными величины, найденные по формулам (3) и (7), находим новое значение $P(t)$, выражая его из формулы (7). Расчеты повторяют до тех пор, пока итерации по переменной $P(t)$ не сойдутся с заданной точностью. После этого можно переходить к следующему шагу.

Расчеты показали быструю сходимость итераций. При относительной погрешности 0,005 не требуется больше 3...5 последовательных приближений. Общая погрешность расчета складывается из погрешностей итераций и ошибки численного метода решения дифференциальных уравнений. Последняя соответствует погрешности квадратурной формулы по методу прямоугольников и определяется величиной Δt . Для повышения точности следует уменьшать Δt или принимать P , w , R_i не постоянными на промежутке Δt , а меняющимися по линейному или какому-либо другому закону, тогда формулы (5) — (7) изменятся.

Требуемое значение Δt находим путем пробных расчетов. Установлено, что при относительной погрешности 0,005 можно принимать $\Delta t = \frac{l_1 + l_2}{300v}$.

По программе, написанной на языке Паскаль, проводили расчеты по взаимодействию колеса тепловоза с рельсовым путем УЖД на участке, включающем стык рельсов. В расчете приняты исходные данные: $l_1 = l_2 = 3,45$ м, $EI = 93,6$ т · м², $m_0 = 2,5$ т, $m_n = 0,9$ т, $m_n = 2,5$ т, $k = 36$ т/м, $k_0 = 500$ т/м, $\varphi_0 = 5$ т · с/м, $G = 300$ т · м, $v = 8,35$ м/с. Параметры m_0 и φ_0 приняты ориентировочно в соответствии с [3], с поправкой на условия УЖД. На рассматриваемом участке расположено 12 шпал с расстоянием между ними 0,65 м. Стык располагается в средней точке между шпалами при расстоянии между ними 0,40 м. В зону стыка вводили неровность f , обусловленную износом рельсов. Форму неровности на конце каждого рельса задавали параболой третьего порядка, коэффициенты которой находили по экспериментальным дан-

ным [2] (см. рис. 1, б, на котором показана неровность). В результате расчета определяли перемещения подрессоренной и непрессоренной масс, нагрузки в рессоре и в месте контакта колеса с рельсом, а также реакции соседних со стыком шпал для всех интервалов времени. Программа позволяет выводить на печать реакции и осадки всех шпал и изгибающие моменты в рельсе для задаваемых заранее моментов времени.

На рис. 1, а показано изменение нагрузки на рельс при движении вблизи стыка, на рис. 1, г — траектория точки контакта колеса с рельсом, определяемая осадками рельса и неровностью. Усилие в рессоре при этих параметрах изменяется незначительно.

Отмечается некоторое запаздывание деформаций по отношению к положению силы, обусловленное инерцией масс и вязкими свойствами основания. Для момента перехода колеса тепловоза через стык (рис. 2, а) показаны эпюра прогиба рельсов (рис. 2, б) и реакции шпал (рис. 2, в). На рис. 3 приведена зависимость максимальной нагрузки на рельс от глубины неровности f_m . Эта зависимость близка к линейной. Здесь же показана величина статического давления на рельс $P_{ст}$. При $f_m = 0$ динамическое воздействие обусловлено изломом упругой линии рельса в стыке.

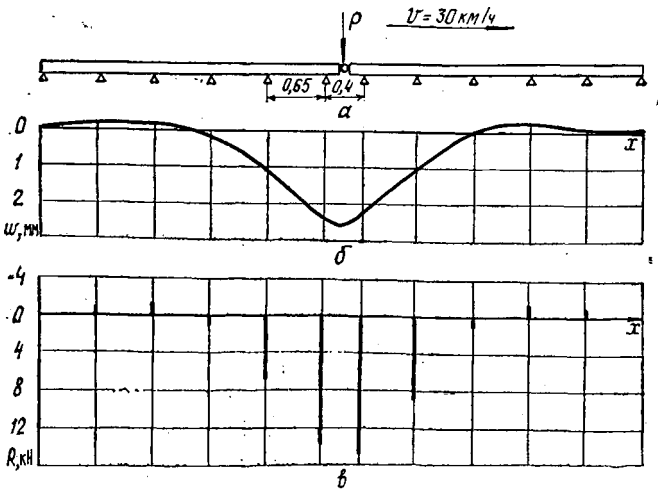


Рис. 2

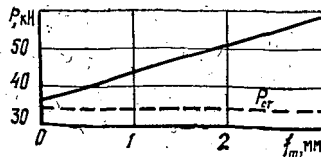


Рис. 3

Предложенная методика может быть использована для расчета различных балочных систем, работающих под воздействием подвижных нагрузок.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Буторин Н. Н. Вертикальные перемещения колеса при проходе стыка // Лесн. журн.— 1975.— № 3.— С. 57—60.— (Изв. высш. учеб. заведений). [2]. Жабин В. И., Калинин Г. А., Щелкунов В. В. Воздействие лесовозного подвижного

состава на железнодорожный путь.— Архангельск: Сев.-Зап. кн. изд-во, 1976.— 100 с.
[3]. Шахуняиц Г. М. Железнодорожный путь.— М.: Транспорт, 1969.— 535 с.

Поступила 5 марта 1992 г.

УДК 624.072.233.5

К ВОПРОСУ РАСЧЕТА НАГЕЛЯ В ДРЕВЕСИНЕ

В. П. СТУКОВ

Архангельский лесотехнический институт

Нагель в древесине работает в условиях сложного напряженно-деформированного состояния. В общем случае его можно рассматривать как балку, лежащую на упругом основании и нагруженную на конце изгибающим моментом M_0 , поперечной силой Q_0 и растягивающей силой N_0 .

Дифференциальное уравнение продольно-поперечного изгиба балки, лежащей на упругом линейно-деформируемом основании, имеет вид [1]

$$EI \frac{d^4 y}{dx^4} - N_0 \frac{d^2 y}{dx^2} + Ky = 0, \quad (1)$$

где y — прогиб балки;
 EI — модуль упругости материала и момент инерции площади поперечного сечения балки;

K — коэффициент жесткости линейного упругого основания — реакция, приходящаяся на единицу длины балки при прогибе, равном единице, $K = K_0 d$ (K_0 — коэффициент постели; d — диаметр нагеля);

Вид решения уравнения (1) зависит от корней характеристического уравнения r :

$$EI r^4 - N_0 r^2 + K = 0 \quad (2)$$

и от дискриминанта

$$D = N_0^2 - 4KEI, \quad (3)$$

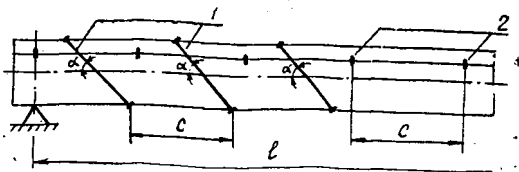
который, согласно [1], можно записать в виде

$$D = \sqrt{KEI} - 2G\omega, \quad (4)$$

где G, ω — модуль сдвига материала и приведенная площадь поперечного сечения балки (нагеля).

В работах [2, 3] рассмотрены случаи $D < 0$ и $D = 0$. Случай $D > 0$ соответствует использованию напрягаемой арматуры для объединения ветвей балки комбинированного сечения [2]. Такая схема имеет много общего с расчетной схемой нагельного соединения (рис. 1).

Рис. 1. Схема размещения нагелей: 1 — напрягаемых; 2 — ненапрягаемых; l — пролет балки; c — расстояние между нагельями



При $D > 0$, т. е. $2G\omega < \sqrt{KEI}$, общий интеграл уравнения (1) имеет вид