

УДК 676.017.42

Е.Ю. Ларина, В.И. Комаров

Северный (Арктический) федеральный университет

Ларина Екатерина Юрьевна родилась в 1982 г., окончила в 2006 г. Архангельский государственный технический университет, аспирант кафедры технологии целлюлозно-бумажного производства Северного (Арктического) федерального университета. Имеет 8 печатных работ в области целлюлозно-бумажного производства.
Тел.: (8182) 65-00-92



Комаров Валерий Иванович родился в 1946 г., окончил в 1969 г. Ленинградскую лесотехническую академию, доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии целлюлозно-бумажного производства Северного (Арктического) федерального университета, заслуженный деятель науки РФ, почетный работник высшего профессионального образования РФ, член международного научного общества EUROMECH. Имеет более 400 печатных работ в области исследования свойств деформативности и прочности целлюлозно-бумажных материалов.
Тел.: (8182) 21-61-82



ВЛИЯНИЕ ПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ ПО ТОЛЩИНЕ И В ПЛОСКОСТИ ЛИСТА БУМАГИ, ВОЗНИКАЮЩИХ ПРИ ИСПЫТАНИИ НА ИЗГИБ, НА ВЕЛИЧИНУ ИЗМЕРЯЕМОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ

Показана возможность использования специальных уравнений для расчета жесткости при изгибе с учетом пластических деформаций по толщине и в плоскости листа бумаги.

Ключевые слова: жесткость при изгибе, бумага для гофрирования, пластическая деформация.

В настоящее время существует несколько методов определения жесткости при изгибе. В процессе их реализации измеряют следующие характеристики: сгибающее усилие, угол изгиба, прогиб, сгибающе-надламывающий угол, резонансная частота, модуль упругости или жесткость при изгибе. При этом для расчета используют уравнения, полученные для упругих материалов. В настоящее время, по данным фирмы «Lorentzen and Wettre» [8], наибольшее применение нашел метод измерения жесткости, основанный на деформировании на заданный угол консольно-закрепленного образца под воздействием силы, приложенной к его концу. В отечественной практике, наряду с этим способом, используют метод, основанный на измерении деформации под воздействием заданной силы консольно-закрепленного образца [3].

При испытании целлюлозно-бумажного материала на изгиб возникают две проблемы: первая связана с выбором метода испытания, который наилучшим образом позволил бы оценить потребительские свойства материала, вторая обусловлена тем, что расчет характеристики ведется с использованием уравнений, полученных для упругого материала. С появлением

при испытании в структуре материала, наряду с упругими, также вязко-упругих и пластических деформаций [5, 6] реальная величина жесткости при изгибе ниже, чем получаемая при расчете по предлагаемым уравнениям. Кроме того, целлюлозно-бумажные материалы отличаются анизотропией. Следовательно, предлагаемые для расчета уравнения можно использовать лишь с известным приближением.

Задачей данного исследования являлась оценка влияния пластических деформаций в образце бумаги для гофрирования (флютинга) на жесткость при изгибе.

Испытания проводили на приборе «Messmer Buchel Stiffness Tester 116-BD». На кафедре целлюлозно-бумажного производства С(А)ФУ разработана программа, позволяющая получать кривую зависимости изменения усилия F , прикладываемого к образцу, от продолжительности испытания t .

При обработке экспериментальной кривой, представленной на рис. 1, в точках максимальной нагрузки 1 и снятия нагрузки 2 рассчитывали усилие F , приведенную жесткость при изгибе S_b и модуль упругости при изгибе $E_{изг}$.

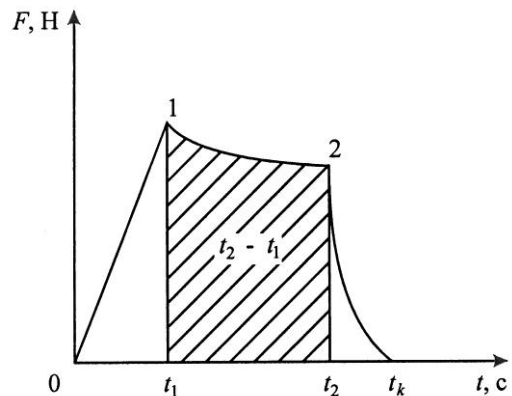


Рис. 1. Кривая зависимости усилия от продолжительности испытания: 1 – точка упругой деформации; 2 – точка определения жесткости при изгибе с учетом пластической деформации, возникающей в течение времени $t_2 - t_1$

Приведенная жесткость при изгибе (S_b , Н·м):

$$S_b = \frac{Fl^2}{3 \sin \alpha \cdot b},$$

где F – регистрируемая датчиком нагрузка (усилие), мН;

l – испытываемая длина образца, м;

α – угол изгиба, град;

b – ширина образца, м.

Модуль упругости при изгибе ($E_{изг}$, МПа):

$$E_{изг} = \frac{12S_b}{\delta^3},$$

где δ – толщина образца, м.

В работе [2] показано, что упруго-пластические материалы (к ним относятся древесина, слоистые пластики, целлюлоза и др.) при изгибе в растянутой зоне поперечного сечения работают упруго вплоть до разрыва крайних волокон, а в сжатой зоне – упруго-пластически.

В зоне сжатия механическое поведение целлюлозно-бумажных материалов гораздо сложнее. Ранее экспериментально установлено, что на-

чальный модуль упругости материала E_1 при испытании на растяжение выше модуля упругости при изгибе $E_{изг}$. Это объясняется тем, что E_1 практически всегда больше модуля упругости при сжатии $E_{сж}$.

Испытанию на приборе «Messmer Buchel MD – 116» были подвергнуты образцы бумаги для гофрирования с массой 1 м^2 112 г, длина образца в двух направлениях составляла 25 мм, ширина – 15 мм, угол изгиба – 30° .

В табл. 1 приведены данные испытаний образцов бумаги для гофрирования стандартным методом, откуда следует, что пластические деформации, возникающие в образце при продолжительности $t_2 - t_1$, измеряемую жесткость при изгибе в машинном направлении (MD) снижают на 13,0 %, в перпендикулярном машинному направлении (CD) – на 12,4 %, у лабораторной отливки – на 15,5 %.

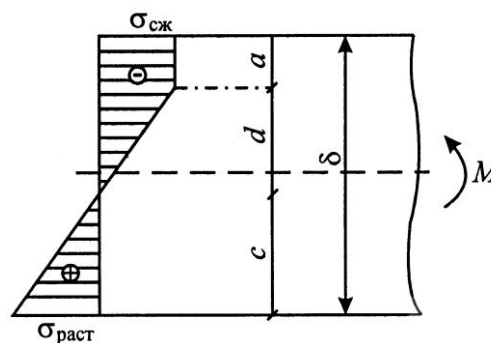
В работах [1, 2] показана возможность расчета слоя структуры материала, в котором возникает предельное состояние. Эпюры нормальных напряжений представлены на рис. 2.

Таблица 1

Жесткость при изгибе бумаги для гофрирования с учетом пластических деформаций стандартным методом EI^2 (числитель) в точке 2 и при упругом деформировании EI^y (знаменатель) в точке 1

Исследуемый фактор	$\delta \cdot 10^6$, м	$t_2 - t_1$, с	S_b , Н·м	EI , мН·см ²	$E_{изг}$, МПа	$\frac{EI^y - EI^2}{EI^y} 100\%$
MD	196,2	1,7	1,46	221,9	2570	13,0
			1,70	255,0	2955	
CD	204,0	1,4	0,56	84,0	675	12,4
			0,64	95,9	770	
Отливка	178,8	2,1	1,03	158,5	2230	15,5
			1,25	187,5	2720	

Рис. 2. Упрощенная эпюра нормальных напряжений при испытании на изгиб



Ниже приведен расчет толщины слоев (a – в котором возникает предельное состояние; d – работающего на сжатие; c – работающего на растяжение):

$$a = \delta \frac{n_0 - 1}{n_0 + 1}; d = \delta \frac{2}{n_0 + 1}; c = \delta \frac{2n_0}{n_0 + 1}; n_0 = \frac{\sigma_{сж}}{\sigma_{раст}}$$

Расчет жесткости при изгибе с учетом и без учета слоя a производили по следующим уравнениям:

$$EI^y = E_{изг} \frac{b\delta^3}{12}; EI^c = E_{изг} \frac{b(\delta - a)^3}{12}.$$

где I – момент инерции поперечного сечения образца, $I = b\delta^3/12$.

В табл. 2 представлены результаты расчета жесткости при изгибе бумаги для гофрирования по толщине слоя образца.

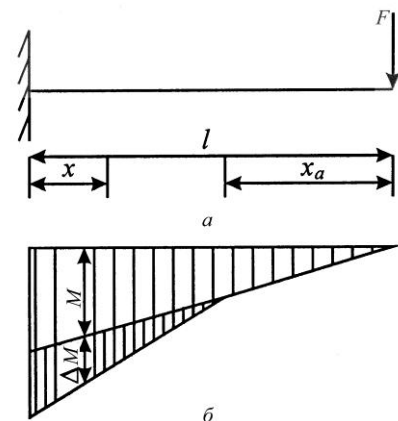
Из данных табл. 2 видно, что жесткость при изгибе, рассчитанная с учетом пластических деформаций в слое a , меньше жесткости, рассчитанной по принятому для упругого материала уравнению. Пластические деформации измеряемую жесткость при изгибе по толщине образца в MD направлении снижают на 28,6 %, в CD направлении – на 67,5 %, у лабораторной отливки – на 31,5 %.

Таблица 2

Влияние пластических деформаций, возникающих в структуре бумаги для гофрирования по толщине образца, на жесткость при изгибе с учетом a -слоя EI^c (числитель) и в точке 1 EI^y (знаменатель)

Исследуемый фактор	$\delta \times 10^6$	$a \times 10^6$	$(d+c) \times 10^6$	S_b , Н·м	EI , мН·см ²	$E_{изг}$, МПа	$\frac{EI^y - EI^c}{EI^y} 100\%$
	м						
MD	198,2	26,1	172,1	1,20	1821	2845	28,6
				1,68	255,0	3985	
CD	202,4	56,2	146,2	0,21	31,2	820	67,5
				0,65	96,0	2525	
Отливка	179,1	23,1	156,0	1,86	128,6	2630	31,5
				1,26	187,7	3840	

Рис. 3. Схема испытания на изгиб (a) и эпюра для расчета деформации с учетом графоаналитического метода (b) (l – длина образца; x_a – расстояние, на котором проявляются упругие деформации; x – расстояние, на котором развиваются пластические деформации; M – изгибающий момент; ΔM – приращение изгибающего момента вследствие образования пластических деформации)



Известно, что пластические деформации при изгибе возникают не только по толщине образца, но и в плоскости листа [4].

На практике жесткость при изгибе целлюлозно-бумажных материалов можно оценить графоаналитическим методом при испытании консольно закрепленного образца (рис. 3).

Расчет деформации осуществляют по уравнению

$$f = \frac{4 \left(\sigma_{s \text{ сж}} M_c \right)^3}{F^2 EI} \left(\frac{13}{12} - \frac{Fl}{\sigma_{s \text{ сж}} M_c} + 3 \ln \frac{2}{3 - \frac{Fl}{\sigma_{s \text{ сж}}}} \right),$$

где f – прогиб;

$\sigma_{s \text{ сж}}$ – напряжение крайне сжатого волокна;

M_c – момент сопротивления поперечного сечения образца, $M_c = b\delta^2/6$.

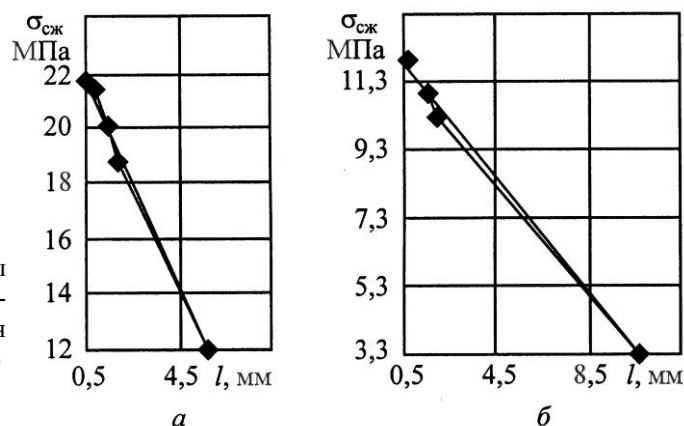
Жесткость при изгибе рассчитывают по следующему уравнению:

$$EI = \frac{Fl^3}{3f}.$$

В этом случае при определении жесткости при изгибе учитывают напряжение сжатия вдоль плоскости листа, применяя метод SCT (short (span) compression test) [7]. Данный метод разработан Шведским целлюлозно-бумажным научно-исследовательским институтом с использованием оборудования фирмы «Lorentzen & Wettre» [8].

Считается, что сопротивление сжатию вдоль плоскости листа бумаги труднее измерить, чем сопротивление растяжению. В настоящее время большинство европейских производителей и потребителей картона-лайнера и бумаги для гофрирования отдают предпочтение определяемому по методу SCT показателю – сопротивлению торцовому сжатию короткого участка образца.

Рис. 4. Диаграммы экстраполяции бумаги для гофрирования в MD (а) и CD (б) направлениях



Метод SCT, по мнению разработчиков и пользователей, имеет преимущества перед применяемыми методами RCT и CCT, поскольку обеспечивает «чистое» сжатие вдоль плоскости образца. Вследствие того, что база испытаний образца, составляющая всего $(0,70 \pm 0,05)$ мм, сопоставима с толщиной материала, предотвращается его бифуркация и деформация происходит, именно, в результате сжатия, а не из-за потери устойчивости или влияния краевых эффектов.

В целях получения характеристики сопротивления сжатию $\sigma_{сж}$ использовали отечественный прибор для испытания на сжатие бумаги и картона по методу SCT. Его возможности шире по сравнению с зарубежными аналогами, поскольку имеется возможность получить кривую зависимости напряжение–деформация, а после ее математической обработки, рассчитать спектр характеристик деформативности при сжатии.

Были испытаны образцы бумаги для гофрирования, имеющие следующую базу, мм: 0,7; 1,0; 1,5; 2,0. Методом экстраполяции найдено расстояние x , на котором возникают пластические деформации (рис. 4).

В табл. 3 представлены данные расчета жесткости при изгибе бумаги для гофрирования в плоскости листа.

Таблица 3

**Жесткость при изгибе в плоскости листа EI^n (числитель)
и в точке 1 EI^y (знаменатель)**

Исследуемый фактор	$\delta \cdot 10^6$	$x \cdot 10^6$	S_b , Н·м	EI , мН·см ²	$E_{изг}$, МПа	$\frac{EI^y - EI^n}{EI^y} 100\%$
	м					
MD	195,6	5,9	$\frac{1,33}{1,70}$	$\frac{199,2}{255,0}$	$\frac{2110}{2700}$	21,9
			$\frac{0,49}{0,87}$	$\frac{54,3}{95,9}$	$\frac{510}{901}$	
CD	203,8	10,7	$\frac{1,11}{1,25}$	$\frac{166,6}{187,6}$	$\frac{2330}{2625}$	43,4
Отливка	182,3	6,9				11,2

Из табл. 3 следует, что возникновение пластических деформаций в плоскости листа снижает жесткость при изгибе в MD направлении на 21,9 %, в CD направлении – на 43,4 %, у лабораторной отливки – на 11,2 %.

Полученные экспериментальные данные показывают, что появление пластических деформаций при испытании на изгиб по толщине и в плоскости листа позволяет использовать для расчета жесткости при изгибе специальные уравнения, а не те, которые получены для упругого материала.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Белянкин Ф.П.* Пластические деформации дерева при изгибе // Тр. Первой всесоюз. конф. по прочности авиаконструкций. – 1936.
2. *Комаров В.И.* Деформативность целлюлозно-бумажных материалов при изгибе // Лесн. журн. – 1994. – № 1. – С. 112–142. – (Изв. высш. учеб. заведений).

3. *Комаров В.И., Фляте Д.М.* Определение жесткости бумаги при изгибе // Целлюлоза, бумага, картон. – 1971. – № 30. – С. 11–13.
4. *Яценко В.Ф.* Прочность и ползучесть слоистых материалов (сжатие, растяжение, изгиб). – К.: Наук. думка, 1966. – 201 с.
5. *Brecht W., Blicstad F.* // Papierfabrikant. – 1940. – Vol. 38. – S. 17.
6. *Brecht W., Muller F.* Uber die Steifigkeitsprufung von Papier, Karton und Pappen // Das Papier. – 1960. – N 7, 9.
7. ISO 9895:1989. Бумага и картон. Сопротивление сжатию. Испытание в малом диапазоне.
8. Paper Testing and Process Optimization: Catalog 1994. – Lorentzen and Wetter. – 201 s.

Поступила 18.01.10

E.Yu. Larina, V.I. Komarov
Northern (Arctic) Federal University

Influence of Plastic Deformations in Thickness and Paper Sheet Plane Occurring in Bending on Measured Parameter Value

The possibility of using special equations for bending stiffness calculation is shown taking into account plastic deformations in thickness and paper sheet plane.

Keyword: bending stiffness, paper for corrugation, plastic deformation.
