соударении хаотично движущихся частиц активированной древесной резки с отделяющими рабочими органами.

Этот способ промышленной утилизации занимает промежуточное положение между ранее рассмотренными.

На рис. 2 представлена блок-схема рассматриваемой классификации. Данная классификация может быть использована лесохозяйственными, природоохранными и лесозаготовительными предприятиями для разработки научно обоснованных программ по комплексному использованию лесосечных отходов.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Быков Е. Н., Занькина Л. И., Александров Л. П. Способы и устройства для отделения древесной зелени от ветвей и сучьев // Лесоэксплуатация и лесосплав: Экспресс-информ. / ВНИПИЭИлеспром.— М., 1979.— Вып. 17.— С. 1—16. [2]. Коробов В. В., Рушнов Н. П. Переработка низкокачественного древесного сырья.— М.: Экология, 1991.— 287 с. [3]. Никишов В. Д. Комплексное использование древесины.— М.: Лесн. пром-сть, 1985.— 263 с.

Поступила 12 апреля 1993 г.

УДК 532.001.57

П. Н. ГАГАРИН

Гагарин Павел Николаевич родился в 1959 г., окончил в 1983 г. Архангельский лесотехнический институт, ассистент кафедры теоретической механики Архангельского государственного технического университета. Имеет 14 печатных трудов в области водного транспорта леса, гидромеханики и намораживания ледяных переправ.

РАДИАЦИОННО-ОПТИЧЕСКАЯ АНАЛОГИЯ МЕХАНИКИ ТУРБУЛЕНТНОГО ПОТОКА

На основе абстрактной упрощенной модели жидкости предложен альтернативный метод расчета и исследования реальных турбулентных потоков.

Based on abstract simplified model of liquid an alternative method of calculation and investigation into real turbulent flows has been offered.

Расчет турбулентного движения жидкости и характеристик взаимодействия ее с твердыми телами представляет интерес в ряде задач водного транспорта леса и обширной области других научных проблем.

В настоящей работе сделана попытка обосновать новый метод расчета и исследования различных турбулентных потоков жидкости. В основу его положена аналогия гидромеханических процессов с процессами радиации (в более широком смысле — электромагнетизма), как правило, на теоретической базе излучения света и взаимодействия его с оптическими поверхностями. Предполагаемая аналогия принципиально отличается от известного физического подобия силовых полей и полей течений, но основана также на глубинном единстве законов природы в различных областях физики.

В качестве отправной точки может быть выбрана теоретическая модель струйного течения за кромкой препятствия [2], где жидкость первоначально представлена в виде абстрактной субстанции, поперечная скорость течения которой столь же велика, как продольная. В результате получен профиль продольной (касательной к границам) скорости течения, включающий транзитный и присоединенный (рециркулирующий) потоки. Модель позволяет представить транзитную часть потока в аналоговом виде как непосредственно за препятствием, где струя расширяется свободно, так и в дальнем следе при переходе в равномерный режим вдоль границы (или границ). Для этого внешнюю границу возмущенного струйного течения или пограничного слоя на скоростной оси потока заменим непрерывной цепью источников излучения стационарных волн. Источники сходят с кромки препятствия и уносятся вниз по течению со скоростью U, принятой здесь за базовую скорость потока, несколько меньшую средней фактической. С этой же скоростью U увеличивается длина волны $\lambda = 2\pi l$, где l — масштабная единица длины волны или турбулентного ядра потока, которая растет пропорционально продольной координате x. Касательную u и нормальную t составляющие амплитуды волны представим соответствующими скоростями потока:

$$u = U\cos\gamma = U\cos yl^{-1}; \qquad (1)$$

$$t = U\sin\gamma = U\sin yl^{-1}, \qquad (2)$$

где γ, y — угловая и линейная координаты, направленные поперек потока, имеющие начало на внешней границе возмущенного течения или пограничного слоя пристенного потока.

В каждом сечении потока может быть определена фаза падения γ_0 волн u и t на границу, связанная с углом падения Θ_0 выражением $\gamma_0 = \pi/2 - \Theta_0$. Когда гидродинамический след препятствия переходит в равномерный поток, рост λ l и Θ прекращается, и далее они остаются постоянными (если параметры равномерного потока предполагаются неизменными по течению). Тогда касательная и нормальная граничные составляющие скорости также постоянны:

$$\mathring{u}_0 = U\cos\gamma_0; \qquad (1a)$$

$$t_0 = U\sin\gamma_0. \qquad (2a)$$

Рассматривая далее только равномерные потоки, отмечаем, что в широчайшей области чисел Рейнольдса фаза падения изменяется сравнительно слабо. Так, при $Re = 10^5 \dots 10^7$ соответственно $\gamma = 0{,}34 \dots 0{,}28$ рад, т. е. касательные скорости турбулентного ядра в пределах реального потока близки к U, а $t_0 \approx U\gamma_0$.

Фактически турбулентное ядро потока находится под преобладающим влиянием твердых границ, и непосредственно его наблюдать нельзя. Более того, характеристика t в указанном виде вообще не существует, а является лишь некоторым подобием пульсационных скоростей. В свою очередь, характеристика ρt^2 послужит основой для определения плотности поперечного потока импульса или касательного напряжения трения (ρ — плотность жидкости).

Суть аналогового метода состоит в том, что законы преломления, отражения и поглощения волн, падающих на границу двух сред, предположительно применимы к скрытому турбулентному ядру в виде когерентных волн, описываемых формулами (1) и (2). При этом соответствующие граничные амплитуды преломленных $\vec{u}_0$, $\vec{t}_0$ и отраженных

$\overleftarrow{u}_0$, $\overleftarrow{t}_0$ волн, а также их различные комбинации должны служить аналогами различных гидромеханических характеристик пристенного потока.

Согласно известным формулам Френеля для когерентных волн света имеем [6]:

$$\overrightarrow{t}_0,\ \overrightarrow{u}_0,\ \overleftarrow{t}_0,\ \overleftarrow{u}_0 = f(U,\ \Theta_0,\ \Theta_1), \tag{3}$$

где Θ_1 — угол преломления световых лучей оптической границей.

Для равномерного потока, самопроизвольно принимающего оптимальный энергетический режим в заданных условиях, естественно допустить аналогию процесса максимальной поляризации излучения границей двух сред. При этом имеет место равенство $\Theta_0 = \pi/2 - \Theta_1$, где угол падения Θ_0 именуется углом Брюстера. Тогда упомянутые граничные амплитуды в формулах (3) приобретают простой вид:

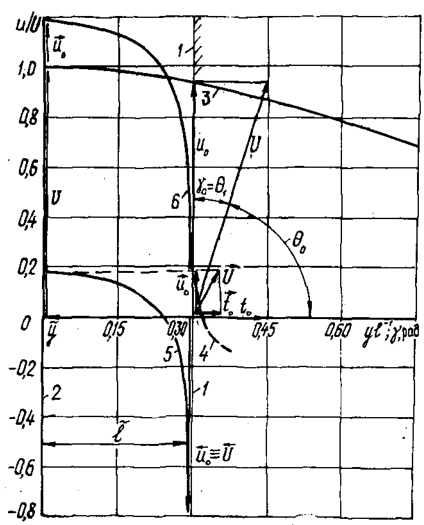
$$\overrightarrow{t}_0 = U\frac{\sin^2\gamma_0}{\cos\gamma_0}; \tag{4}$$

$$\overrightarrow{u}_0 = U\cos\gamma_0\cdot 2\sin^2\gamma_0; \tag{5}$$

$$\overleftarrow{t}_0 = 0; \tag{6}$$

$$\overleftarrow{u}_0 = -U\cos\gamma_0(1-2\sin^2\gamma_0). \tag{7}$$

На рисунке показана схема взаимодействия потока в равномерном режиме с твердой границей по аналоговому принципу. Граничные амплитуды волн изображены согласно расчету при $\gamma_0 = 0{,}3$ рад (что соответствует числу Рейнольдса по диаметру около 10^6).



Аналоговая схема равномерного пристенного течения: *1* — твердая граница течения; *2* — внешняя граница пограничного слоя; *3* — базовое турбулентное ядро касательных скоростей u; *4* — преломленная воображаемая волна $\overrightarrow{u}$; *5* — вторичная волна $\overleftarrow{u} + \overrightarrow{u}$; *6* — фактическое результирующее распределение скоростей $\tilde{u}$

Из (4) можно заключить, что характеристика $\rho\overrightarrow{t}_0^2$ оказывается аналогом напряжения трения потока о границу. Действительно,

$$\rho\overrightarrow{t}_0^2 = \rho\frac{\sin^4\gamma_0}{\cos^2\gamma_0}U^2 = \rho\left(\frac{u'^4}{u''^2}\right)_{\gamma=\gamma_0}, \tag{8}$$

где штрих обозначает производную от скорости по координате γ (или y). Последнее выражение подобно формуле Т. Кармана, полученной в общем виде для турбулентного трения в потоке τ:

$$\tau = \rho \chi^2 \frac{u'^4}{u''^2}, \qquad (9)$$

где χ — эмпирическая постоянная Кармана, определяемая из логарифмической аппроксимации скоростей у границы равномерного потока и равная 0,4.

Таким образом, напряжение трения на границе реального потока равно турбулентному напряжению предполагаемой образующей его свободной струи в точке пересечения этой границы. Аналоговое выражение (9) для напряжения трения на границе имеет вид

$$\tau_0 = \rho \chi^2 \vec{t}_0^{\,2} = \rho \chi^2 \frac{\sin^4 \gamma_0}{\cos^2 \gamma_0} U^2. \qquad (10)$$

Используя известные выражения

$$\tau_0 = \rho v_*^2 = \rho \frac{c_f}{2} \overline{U}^2, \qquad (11)$$

где v_* — динамическая скорость потока (скорость трения);
c_f — коэффициент трения;
$\overline{U}$ — средняя скорость потока,

определяем

$$v_* = \vec{t}_0 \chi = U \chi \frac{\sin^2 \gamma_0}{\cos \gamma_0}. \qquad (12)$$

Касательная граничная амплитуда преломленной волны, согласно выражению (5) и с учетом (12), равна

$$\vec{u}_0 = \frac{2v_*}{\chi} \cos^2 \gamma_0 = 5v_* \cos^2 \gamma_0 \approx 5v_*. \qquad (13)$$

Согласно известным измерениям Рейхардта, Дайслера и др. [5] именно такая скорость соответствует границе потока, где полностью прекращают действие турбулентные механизмы переноса и начинается тончайший ламинарный подслой с чисто молекулярным трением и линейным распределением скоростей. Поскольку эта величина известна как сугубо эмпирическая, расчет по формуле (13) доказывает новизну и справедливость аналогового метода.

Рассмотрим кратко аналоговый механизм формирования результирующего профиля скоростей в пристенном потоке и некоторые связанные с ним закономерности. Обычно этот профиль аппроксимируется логарифмическим уравнением [3]:

$$\tilde{u} = \frac{v_*}{\chi} \ln \frac{\tilde{y} v_*}{\nu} + 5{,}1 v_* = \frac{v_*}{\chi} \ln \frac{\tilde{y} v_*}{0{,}13\nu}, \qquad (14)$$

где $\tilde{y}$ — координата, направленная в глубь потока, имеющая начало на твердой границе;
ν — кинематическая вязкость жидкости;
5,1 и 0,13 — эмпирические постоянные.

Здесь динамическая длина

$$l_\nu = \frac{\nu}{v_*} \qquad (15)$$

имеет смысл масштабной единицы измерения толщины потока.

Показатель преломления в теории излучения записывается в виде

$$p = \frac{\sin \Theta_0}{\sin \Theta_t} = \frac{\cos \gamma_0}{\sin \gamma_0} = \mathrm{ctg}\, \gamma_0 = \frac{u_0}{t_0}. \qquad (16)$$

Он в какой-то степени характеризует гладкость границы в аналогии гидромеханики, но в непосредственном виде такой характеристики не существует. Физический смысл p более очевиден из последнего отношения в выражении (16), которое с погрешностью до нескольких процентов можно представить в виде $1/t_0$ или γ_0^{-1}. Следовательно,

$$p \approx l/\tilde{l}, \qquad (17)$$

где $\tilde{l}$ — толщина пограничного слоя или поперечный полуразмер потока между границами.

Таким образом, p может быть представлен как отношение характерных линейных размеров турбулентного ядра и реального потока.

Подобно выражению (15) в рамках аналогии имеет место равенство

$$l = \frac{\int_0^{y_0} u\,dy}{t_0} = \frac{\int_0^{\gamma_0} u\,d\gamma}{t_0}, \qquad (18)$$

откуда интеграл скорости падающей касательной волны (расход) приобретает смысл кинематической вязкости турбулентного ядра потока, а t_0 — характерной динамической скорости этого ядра (вместо v_*).

В теории излучения параметры l, $\tilde{l}$ и другие размеры потоков могут иметь аналоги в виде средней длины свободного пробега фотонов или вероятности выживания кванта. Они характеризуют способность среды проводить волны и обратно пропорциональны коэффициенту поглощения [1].

Отраженная волна имеет начальную отрицательную амплитуду $\overleftarrow{u}_0$, но не обладает собственным турбулентным механизмом переноса импульса ($\overleftarrow{t}_0 = 0$). Поэтому интеграл скорости этой волны практически должен равняться нулю, и, вероятно, она образует профиль тонкого ламинарного подслоя потока. Предположительно этот профиль представляет резко затухающую экспоненту $\overleftarrow{u} = \overleftarrow{u}_0 e^{-\overleftarrow{\tilde{a}} y} = \overleftarrow{u}_0 e^{-y/\overleftarrow{\tilde{l}}}$, где $\overleftarrow{a}$ и $\overleftarrow{l}$ — соответственно коэффициент поглощения и масштабная единица отраженной волны. В этом случае интеграл от $\overleftarrow{u}$ равен $\overleftarrow{u}_0 \overleftarrow{l}$.

Преломленная же волна в реальном потоке не может проходить по ту сторону твердой границы, поэтому она возвращается в пристенную область, где меняет свой знак амплитуды и складывается с волной $\overleftarrow{u}$. Тогда подобно выражениям (18) или (15) имеем

$$\tilde{l} = \frac{\int_0^{\tilde{l}} \vec{\tilde{u}}\,dy}{\vec{t}_0} = \frac{\int_0^{\tilde{l}} (\vec{u} + \overleftarrow{\tilde{u}})\,dy}{\vec{t}_0}. \qquad (19)$$

Иными словами, суммарный интеграл касательной скорости полученной вторичной волны $\vec{u} + \overleftarrow{u}$ равен $\vec{\tilde{l}t_0}$. Легко убедиться, что этому условию удовлетворяет логарифмический профиль

$$\vec{u} + \overleftarrow{u} = \overleftarrow{u}_0 + \vec{t}_0 \ln \frac{y\tilde{v}_*}{\nu} = \overleftarrow{u}_0 - \vec{u}_0 + \vec{t}_0 \ln \frac{yt_0}{\nu}. \qquad (20)$$

Появление в последнем выражении слагаемого $-\vec{u}_0$ равносильно замене динамической длины ν/v_* на теоретический параметр ν/t_0.

Результирующий профиль касательных скоростей в пристенном течении определяется суперпозицией первичной падающей u и вторичной волн:

$$\tilde{u} = u + \vec{u} + \overleftarrow{u} = U\cos\left(\gamma_0 - \gamma_0\frac{y}{\tilde{l}}\right) + \overleftarrow{u}_0 - \vec{u}_0 + \vec{t}_0 \ln\frac{\tilde{y}t_0}{\nu}. \qquad (21)$$

Первые три слагаемых в этом выражении в сумме дают небольшую добавку к логарифмической кривой. Добавка вызвана некоторым градиентом падающей волны и с достаточной точностью может быть заменена функцией $\widetilde{y\vec{t}_0}/2\tilde{l}$. Тогда окончательно имеем

$$\tilde{u} = \vec{t}_0 \ln\frac{\tilde{y}t_0}{\nu} + \frac{\widetilde{y\vec{t}_0}}{2l} = \vec{t}_0 \ln\frac{\tilde{y}p\vec{t}_0}{\nu} + \frac{\widetilde{y\vec{t}_0}}{2l}. \qquad (22)$$

Это выражение не содержит эмпирических величин. Первое слагаемое практически соответствует известному закону (14), но в зависимости от фазы падения γ_0 или числа Рейнольдса потока может отклоняться от него в весьма незначительном диапазоне скоростей. Добавка на градиент, представленная вторым слагаемым, делает распределение (22) несколько круче, чем обычная логарифмическая кривая. Но именно такой эффект наблюдается в опытах (Дайслер, Шубауэр и др.) и обычно учитывается эмпирической добавкой Коулза [4, 5]. Анализируя полученное уравнение, можно отметить соответствие закономерности, известной из опытов: с уменьшением числа Рейнольдса (следовательно, с увеличением γ_0 и $\vec{t}_0$) отклонение фактических скоростей от логарифмической кривой наблюдается более отчетливо. Однако требуется специальный подробный сравнительный анализ этого уравнения.

В аналоговых расчетах необходим переход от фактической максимальной $\tilde{U}$ или средней скорости $\overline{U}$ потока к аналоговой базовой скорости U. Из анализа полученных закономерностей имеем следующие связующие формулы:

$$U = \tilde{U} - \vec{u}_0 \approx \tilde{U} - 2\vec{t}_0; \qquad (23)$$

$$\tilde{U} = u_0 + \frac{\vec{t}_0}{2} + \vec{u}_0 \approx (p^2 + 2{,}5)\,\vec{t}_0; \qquad (24)$$

также известно, что

$$\overline{U} = \tilde{U} - A\vec{t}_0 = U - A\frac{v_*}{\chi}, \qquad (25)$$

где для плоских потоков $A = 1{,}0$, а для круглых труб приближенно можно принять $A = 1{,}5$. Знаки приближенного равенства допускают погрешности от 2 % при больших числах Рейнольдса до нескольких процентов, если режим приближается к ламинарному. Это часто вполне допустимо для процессов гидромеханики. Составление же точных аналоговых формул требует подстановки тригонометрических комбинаций, указанных выше.

Зависимость числа Рейнольдса и аналогового показателя преломления (или фазы падения) может быть получена подстановкой $\tilde{y} = \tilde{l}$ в формулу (22):

$$\widetilde{\mathrm{Re}} = \frac{\tilde{U}\tilde{l}}{\nu} = \left(p + \frac{2{,}5}{p}\right)\exp\left(p^2 + 2{,}5\right) \qquad (26)$$

или

$$\overline{\text{Re}} = \frac{\overline{U}\tilde{l}}{\nu} = \left(p + \frac{2{,}5 - A}{p}\right)\exp\left(p^2 + 2{,}5 - A\right). \tag{27}$$

При использовании формул (10), (11), (24) и (25) получим выражение для аналогового коэффициента трения потока о границу:

$$c_f = 2\chi^2 \frac{\sin^4 \gamma_0}{\cos^2 \gamma_0}\left(\frac{p^2}{p^2 + 2{,}5 - A}\right). \tag{28}$$

Результаты приведенного краткого анализа позволяют сделать следующие выводы.

1. Справедливость и новизна радиационно-оптической аналогии подтверждается сопоставлением теоретических результатов расчета известных гидромеханических характеристик, в том числе имеющих эмпирическую основу.

2. Ряд приведенных характеристик и закономерностей, полученных на основе комбинаций аналоговых скоростей и размеров, является далеко не полным. В подробном изложении форма профиля вторичной волны скоростей может быть доказана более строго и другими способами. Формула расчета профиля скоростей пристенного потока в качестве исходной характеристики предполагает число Рейнольдса (фазу падения) или фактическую скорость потока, что в некоторых случаях удобнее, чем использование динамической скорости.

3. Аналогия позволяет сделать попытку теоретического расчета коэффициентов трения Дарси — Вейсбаха в самом широком диапазоне чисел Рейнольдса. Допускается переход к расчету гидравлически шероховатых труб и водотоков.

4. Методика расчета коэффициентов трения может применяться для неравномерных течений вдоль твердых границ потока или плоского тела, двигающегося относительно жидкости. При этом фаза падения определяется из непосредственной геометрической схемы задачи.

5. Аналогия может использоваться в расчете турбулентного трения струй или гидродинамического следа. При этом граница потока рассматривается как жидкость тех же свойств, $\gamma_0 = \pi/4$; $p = 1$; $\overleftarrow{t}_0 = 0$; $\overleftarrow{u}_0 = 0$. Такой подход позволяет сделать попытку теоретически рассчитать коэффициент сопротивления формы тел, имеющих гидродинамический след.

6. Методика дает альтернативное объяснение механизму процессов турбулентного взаимодействия, однако требует дальнейшего углубления и критического анализа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

[1]. Блох А. Г., Журавлев Ю. А., Рыжков Л. Н. Теплообмен излучением: Справочник.— М.: Энергоиздат, 1991.— 432 с. [2]. Гагарин П. Н. Теоретическая модель турбулентного плоского движения жидкости за гасителем течения // Лесн. журн.— 1991.— № 1.— С. 55—61.— (Изв. высш. учеб. заведений). [3]. Ландау Л. Д., Лившиц Е. М. Теоретическая физика: В 10 т. Т. 6. Гидродинамика.— М.: Наука, 1988.— 736 с. [4]. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа.— М.: Наука, 1970.— 904 с. [5]. Ньюмен Дж. Н. Морская гидродинамика / Пер. с англ.— Л.: Судостроение. 1985.— 368 с. [6]. Савельев И. В. Курс общей физики: В 3 т. Т. 2. Электричество и магнетизм. Волны. Оптика.— М.: Наука, 1978.— 480 с.

Поступила 3 октября 1994 г.