КОМПЬЮТЕРИЗАЦИЯ УЧЕБНЫХ И ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

УДК 519.23:676.2.052/.053

А.А. Рогов

Рогов Александр Александрович родился в 1959 г., окончил в 1985 г. Петрозаводский государственный университет, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры математического моделирования систем управления ПетрГУ. Имеет более 70 печатных работ в области математического моделирования, статистического анализа, методов оптимизации.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ ВОССТАНАВЛИВАЕМЫХ СИСТЕМ (БУМАГОДЕЛАТЕЛЬНАЯ МАШИНА)

Рассмотрены некоторые подходы к решению возникающих при полном цикле исследования задач организации оптимального управления восстанавливаемыми системами, которые функционируют на конечном интервале времени.

Ключевые слова: функция восстановления, статистические оценки, цензурированные выборки, эксплуатационная эффективность, бумагоделательная машина, оптимизация ППР.

В последнее время вызывают повышенный интерес задачи, связанные с управлением восстанавливаемыми системами, которые функционируют на конечном интервале времени [2–4, 10, 12]. Это связано с тем, что в данный период оборудование значительного числа предприятий России работает за пределами установленного для него срока эксплуатации. Нормативные документы, связанные со сроками проведения профилактических работ и замены оборудования, устарели. Поэтому исследования в области количественных оценок числа аварий сложных технических объектов актуальны.

При построении математических моделей функционирования восстанавливаемых систем чаще всего используют альтернирующие или полумарковские процессы. В отдельных моделях применяют процессы, вложенные друг в друга [3, 6]. После построения соответствующей математической модели требуется ее проверить на адекватность реальной ситуации. Выбор управления приводит к необходимости постановки и решения соответствующей оптимизационной задачи. Если при анализе ее решения получают практически приемлемый результат, то требуется разработка соответствующего компьютерного обеспечения, удобного для работы специалистов, не являющихся профессиональными математиками.

Моделирование функционирования восстанавливаемой системы

Рассмотрим моделирование функционирования восстанавливаемой системы в виде сложного технического объекта (СТО) на примере эксплуатационной эффективности бумагоделательной машины (БДМ) с использованием вложенных альтернирующих процессов.

Процесс эксплуатации БДМ будем рассматривать как сочетание пяти периодов: работа, аварийный ремонт механической части (авария), планово-предупредительный ремонт (ППР), простои по технологической части (технологический простой) и административно-хозяйственного характера [6].

Машина переходит из состояния работы в состояние аварийного ремонта механической части или технологического простоя сразу после отказа, т. е. нарушения работоспособности. Останов на ППР происходит в заранее определенные сроки. К административно-хозяйственному фактору относятся такие события, как забастовка персонала, отсутствие заказов на продукцию, отсутствие сырья и т.д. Во время остановов по административно-хозяйственному фактору не возникают аварии механической части или по технологическим причинам, так как БДМ не работает. Во время устранения аварии механической части не происходят аварии по технологическим причинам.

Введем следующие случайные величины:

ξ^i – период времени между концом (i–1)-го восстановления и началом i-го простоя по причинам административно-хозяйственного характера, назовем это время рабочим циклом;

α^i – продолжительность i-го простоя по причинам административно-хозяйственного характера;

η^i_j – период времени между концом (j–1)-го восстановления после аварийного отказа и началом j-го аварийного отказа в течение i-го рабочего цикла (без отказов по причинам административно-хозяйственного характера);

β^i_j – продолжительность аварийного восстановления после j-го отказа механической части в течение i-го рабочего цикла (без отказов по причинам административно-хозяйственного характера);

μ^i_{jk} – период времени между концом (k–1)-го восстановления и началом k-го отказа по технологическим причинам в течение j-го цикла работы без отказов механической части и i-го рабочего цикла (без отказов по причинам административно-хозяйственного характера);

δ^i_{jk} – продолжительность восстановления после k-го отказа по технологическим причинам в течение j-го цикла работы без отказов механической части и i-го рабочего цикла (без отказов по причинам административно-хозяйственного характера).

Будем считать, что случайные величины $\{\xi^i\}$, $\{\alpha^i\}$, $\{\eta^i_j\}$, $\{\beta^i_j\}$, $\{\mu^i_{jk}\}$, $\{\delta^i_{jk}\}$ независимы в совокупности и одинаково распределены по соответст-

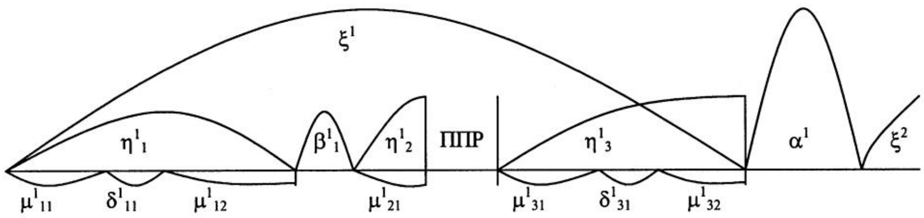

Схема вложенных альтернирующих процессов

вующим законам распределения для ξ^i, α^i, η^i_j, β^i_j, μ^i_{jk}, δ^i_{jk}. Тогда они образуют три альтернирующих процесса восстановления. Причем альтернирующий процесс $\{\mu^i_{jk}, \delta^i_{jk}\}$ вложен в процесс $\{\eta^i_j, \beta^i_j\}$, который, в свою очередь, вложен в процесс $\{\alpha^i, \xi^i\}$. Возможная реализация вложенных альтернирующих процессов представлена на рисунке.

Наблюдения над процессом $\{\eta^i_j, \beta^i_j\}$ могут быть прерваны ППР (случайная величина η^1_2) или отказом по административно-хозяйственным причинам (η^1_3), наблюдения над процессом $\{\mu^i_{jk}, \delta^i_{jk}\}$ прерываются ППР (μ^1_{21}), отказом по административно-хозяйственным причинам (μ^1_{32}) или отказом механической части (μ^1_{12}). К сожалению, данные, которые получаются в случае моделирования с использованием вложенных процессов восстановления, чаще всего являются цензурированными, относящимися к планам испытаний типа $[n,R,T]$, $[n, R, T_1, \ldots, T_n]$, что существенно осложняет проверку адекватности выбранной модели и требует разработки специальных статистических методов.

Статистический анализ параметров математической модели

Приведем перечень проблемных задач статистического характера, которые возникают в случае использования процессов восстановления при моделировании восстанавливаемых систем [12].

1. При использовании альтернирующих процессов требуется идентификация функций надежности и аварийного восстановления, чаще всего, на основе цензурированных данных.

2. Прогностическая идентификация параметров функций надежности и аварийного восстановления на основе информации о предполагаемых режимах функционирования системы и технической модернизации отдельных ее агрегатов и технологических схем функционирования.

3. Характеризация класса функций восстановления для процессов восстановления.

4. Идентификация функции восстановления и других характеристик надежности.

Статистическая проверка описанной в предыдущем разделе математической модели и оценка параметров надежности восстанавливаемых систем потребовали разработки специальных статистических методов. Результаты наших исследований в этой области представлены в [5, 6, 9, 11, 12].

Для адекватности модели эксплуатационной эффективности БДМ реальным данным требуется установить являются ли наблюдаемые процессы процессами восстановления. Таким образом, прежде всего следует проверить две группы гипотез:

1. Случайные величины $\{\xi^i\}$, $\{\alpha^i\}$, $\{\eta^i_j\}$, $\{\beta^i_j\}$, $\{\mu^i_{jk}\}$, $\{\delta^i_{jk}\}$ одинаково распределены как случайные величины ξ^i, α^i, η^i_j, β^i_j, μ^i_{jk}, δ^i_{jk}.

2. Случайные величины ξ^i, α^i, η^i_j, β^i_j, μ^i_{jk}, δ^i_{jk} независимы в совокупности.

Так как параметрические семейства, к которым принадлежат наблюдаемые случайные величины, неизвестны, то для проверки этих гипотез необходимо привлечь непараметрические или, как их еще называют, свободные от распределения методы. При этом нужно учитывать, что в каждой выборке могут быть цензурированные данные. В этом случае можно либо отбросить эти значения и использовать классические методы проверки гипотез, либо применять специальные методы для цензурированных данных [1, 3, 7].

Статистический анализ функционирования проводили на основе данных о работе БДМ Сегежского ЦБК (№ 1, 9, 10, 11) за 1990–1991 гг. и Архангельского ЦБК (№ 3, 4) за 1996–1998 гг. Исходные данные содержали следующую информацию: оборудование, на котором произошла авария; какой период времени, какого числа данная машина не работала, по какой причине. Все причины были классифицированы по четырем типам: техчасть, мехчасть, ППР, другие (административно-хозяйственный фактор). Взаимосвязь между случайными величинами, описывающими продолжительность работы БДМ до отказа по соответствующей причине, осуществляется согласно описанной модели. Единица измерения для всех случайных величин – 1 ч.

Проверка однородности. Для каждой случайной величины между всеми парами выборок, имеющих более двух реализаций в каждой (не включая цензурированные данные), была проверена гипотеза о принадлежности выборок к одному распределению. Гипотеза проверялась с надежностью 0,95 по критериям Колмогорова–Смирнова, Манна–Уитни, Сэвиджа с исключением всех цензурированных данных, а также по критерию Кокса с учетом этих данных.

Проверка показала, что по критериям Манна–Уитни, Сэвиджа и Кокса гипотеза об однородности выборок для подавляющего большинства пар выборок не отвергается. По критерию Колмогорова–Смирнова для некоторых случайных величин количество пар, для которых гипотеза отвергается, превышает количество пар, для которых гипотеза не отвергается. Такой результат вызван тем, что критерий Колмогорова–Смирнова более чувствителен к объему выборок, а в нашем случае количество наблюдений в выборках было небольшим.

П р о в е р к а   н е з а в и с и м о с т и Между парными наблюдениями наработки на отказ и продолжительности восстановления (т. е. случайными величинами ξ^i и α^i, η^i_j и β^i_j, μ^i_{jk} и δ^i_{jk}) в каждой выборке проведена проверка независимости с надежностью 0,95 по критериям Спирмэна и Кендэла. Проверка показала, что гипотеза о независимости наработок на отказ и продолжительности восстановления не отвергается.

К р и т е р и и   с о г л а с и я. Для наработок на отказ механической части (случайная величина η^i_j) для каждой БДМ Сегежского и Архангельского ЦБК по критериям χ^2 и Колмогорова–Смирнова была проверена гипотеза о согласии с надежностью 0,95 на следующих распределениях: Эрланга, экспоненциальное, гамма, логнормальное, Вейбулла. Наилучшей аппроксимацией функции распределения для продолжительности наработки на отказ по механической части для машин Сегежского ЦБК является логнормальное распределение с параметрами $\mu = 2,24$ и $\sigma = 1,32$ (БДМ № 1), $\mu = 2,67$ и $\sigma = 1,48$ (БДМ № 9), $\mu = 2,70$ и $\sigma = 1,60$ (БДМ № 10), $\mu = 2,52$ и $\sigma = 1,29$ (БДМ № 11); для машин Архангельского ЦБК – $\mu = 3,84$ и $\sigma = 0,91$ (БДМ № 3), $\mu = 3,71$ и $\sigma = 0,90$ (БДМ № 4).

Аналогично была проверена гипотеза о согласии и построены оценки параметров распределения для продолжительности восстановления после отказа механической части (случайная величина β^i_j). Наилучшей аппроксимацией функции распределения для этого показателя на машинах Сегежского ЦБК является логнормальное распределение с параметрами $\mu = 0,94$ и $\sigma = 1,03$ (БДМ № 1), $\mu = 0,74$ и $\sigma = 0,91$ (БДМ № 9), $\mu = 0,82$ и $\sigma = 1,15$ (БДМ № 10), $\mu = 0,39$ и $\sigma = 0,96$ (БДМ № 11); на машинах Архангельского ЦБК – $\mu = 0,32$ и $\sigma = 1,00$ (БДМ № 3), $\mu = 0,38$ и $\sigma = 1,04$ (БДМ № 4). Полученные данные несколько отличаются от приведенных в [8].

О ц е н к и   ф у н к ц и и   в о с с т а н о в л е н и я. Одним из важнейших показателей надежности работы БДМ является функция восстановления. Она показывает среднее число (математическое ожидание) отказов на интервале. Для ее оценки можно применять различные методы: параметрические и непараметрические [5, 11, 12]. По данным о наработках на отказ механической части для БДМ Сегежского и Архангельского ЦБК были построены непараметрические оценки функции восстановления и их аппроксимации для «больших» значений времени [5].

Моделирование системы управления

При моделировании систем управления возникают следующие задачи:

1) синтез оптимизационной математической модели функционирования восстанавливаемых систем, адекватный выбранному критерию оптимизации и реальным условиям функционирования при принятых модельных допущениях;

2) исследование сложности и трудоемкости задач и устойчивости их оптимальных решений; оценка числа квазиоптимальных решений.

Исходя из реальных практических условий можно формулировать целый ряд оптимизационных задач функционирования восстанавливаемых систем, поэтому проблема синтеза оптимизационной математической модели функционирования восстанавливаемой системы является необъятной. В качестве примера можно предложить результаты разработки и исследования оптимизационных моделей планирования проведения планово-предупредительных ремонтов комплекса сложных технических объектов на конечном интервале времени $[0,T]$, которые были опубликованы в работах [2–4]. Специфическая особенность данных моделей: конечный период планирования, учет структуры технических объектов и реальный учет ограничений на средства обслуживания. В качестве целевого функционала при построении оптимизационных задач использовали математическое ожидание суммарного дохода от функционирования комплекса СТО при учете потерь продукции из-за простоев, затрат на ликвидацию аварий и затрат на проведение ППР. Для систематизации различных типов задач предложена следующая классификация:

– количество СТО (один (1), комплекс (к));

– учет структуры СТО (с учетом структуры (стр), без учета структуры (0));

– ограничения на количество ППР (фиксированное (ф), произвольное (пр));

– тип переменных (непрерывные (н), дискретные (д), нестандартные (нс)).

Тогда все задачи можно записать в виде (A, B, C, D), где $A \in \{1, 2, \ldots, k\}$; $B \in \{стр, 0\}$; $C \in \{ф, пр\}$; $D \in \{н, д, нс\}$. Нестандартные переменные получают из условия неназначения дня профилактического ремонта на выходные и праздничные дни. Всего 24 задачи.

Рассмотрим одну из этих задач. По приведенной классификации она относится к [1, 0, пр, нс]. Это математическая модель определения оптимального графика проведения планово-предупредительных ремонтов для сложного технического объекта (БДМ) на конечном интервале времени, длительность которого обозначим через T. Под графиком ППР будем понимать даты остановок БДМ на ППР. Кроме того, предположим, что возникновение аварий для БДМ описывается простым процессом восстановления, т.е. после каждого ремонта происходит полное восстановление ее характеристик надежности. В качестве целевого функционала при построении предлагаемой математической модели будем использовать математическое ожидание суммарного дохода от функционирования СТО при учете потерь продукции из-за простоев, затрат на ликвидацию аварий и проведение ППР. При построении модели учитывалась следующая схема проведения ППР: в случае отказа СТО подвергается аварийному восстановлению без изменения срока начала очередного профилактического ремонта, который осуществляется в заранее фиксированный, оптимально выбранный момент времени. Представим модель, отражающую указанные условия.

Найти переменную n и вектор $x = (x_1, \dots x_{n+1})$, максимизирующие целевой функционал, который выражает средний доход R от эксплуатации БДМ за время T:

$$\max_{n, x \in X(n+1)} R = \max_{n, x \in X(n+1)} \left(CT - (C + M)nr - \sum_{i=1}^{n+1} (C + L)B(x_i - \tau) r_a \right),$$

при условиях $\sum_{i=1}^{n+1} x_i = T$, $x_i \geq \tau$, $i = 1, \dots, n$, $x_{n+1} \geq 0$, $i = 1, \dots, n$, x_i – дискретные, $i = 1, \dots, n$, для любого k, $0 \leq k \leq n$, $\sum_{i=1}^{k} x_i \neq y_j$, $j \in J$.

Здесь C – средняя стоимость продукции, произведенной БДМ в единицу времени;

M – средняя стоимость ППР БДМ в единицу времени;

n – количество ППР БДМ;

r – продолжительность ППР;

r_a – средняя продолжительность аварийного восстановления БДМ;

L – средняя стоимость аварийного восстановления БДМ в единицу времени;

$B(t)$ – функция восстановления БДМ (равна среднему количеству аварий на промежутке $[0, t]$);

x_i, $i = 1, \dots, n+1$ – расстояние между соседними ППР;

y_j, $j \in J$ – отражают запреты на проведения ППР в определенные дни (выходные и праздничные).

Теоретическое исследование полученных оптимизационных задач показало, что они относятся к задачам нелинейного сепарабельного непрерывно-дискретного программирования с ограничениями типа «или–или». Кроме того, они являются многоэкстремальными. Найдены условия, когда задачи имеют аналитическое решение, однако чаще всего размерности этих задач не позволяют их решать прямым перебором. Не всегда пригоден метод динамического программирования. При применении некоторых эвристических методов с локальной оптимизацией достигнуты приемлемые результаты [1]. Подготовлен программный комплекс с методами решения данных задач.

Требования к информационной системе поддержки управления

При создании информационной системы поддержки управления возникают следующие задачи.

1. Компьютеризация решения задач оптимизации, возникающих при моделировании функционирования восстанавливаемых систем.

2. Компьютеризация расчета производственно-экономических, технических, диагностических и других характеристик восстанавливаемых систем для оценки их экономической и производственной эффективности функционирования на конечном интервале времени.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. ГОСТ 27.504–84. Методы оценки надежности по цензурированным выборкам. – М.: Изд-во стандартов, 1984. – 12 с.

2. *Рогов А.А.* Математическая модель задачи составления графика ППР при учете структуры СТО // Прикладная математика и информатика: Тр. ПетрГУ. – 1995. – Вып. 4. – С. 13–19.

3. *Рогов А.А.* Моделирование эксплуатационной эффективности технического объекта. Статистический анализ и проверка адекватности: Учеб. пособие. – Петрозаводск, Изд-во ПетрГУ, 2001. – 215 с.

4. *Рогов А.А., Чернецкий В.И.* Об одном методе расчета оптимального графика планово-профилактических работ (ППР) бумагоделательных машин ЦБК // Математическое моделирование народно-хозяйственных процессов: Межвуз. сб. – Петрозаводск, 1990. – С. 42–56.

5. *Рогов А.А., Щеголева Л.В.* Об одной рекуррентной оценке функции восстановления по цензурированной выборке // Прикладная математика и информатика: Тр. ПетрГУ. – 1996. – Вып. 5. – С. 43–52.

6. *Рогов А.А., Щеголева Л.В.* Применение вложенных процессов для моделирования эксплуатационной эффективности бумагоделательной машины // Тр. междунар. науч. конф. «Статистический и прикладной анализ временных рядов (SAATS-97)». – Брест: БГУ, 1997. – С. 159–165.

7. *Скрипник В.М.* и др. Анализ надежности технических систем по цензурированным выборкам. – М.: Радио и связь, 1988. – 205 с.

8. *Ягуткин В.А.* и др. О методах анализа эксплуатационной эффективности бумагоделательных машин / В.А. Ягуткин, Ю.Б. Кувшинский, М.В. Зузнайн, Н.Ф. Микова // Бум. пром-сть. – 1985. – № 7. – С. 26–28.

9. *Chernetskii V.I., Rogov A.A., Shchegoleva L.V.* Statistical analysis of renewal processes // Probabilistic Methods in Discrete Mathematics: Proc. of the Fourth Intern. Petrozavodsk Conf. – Utrecht, the Netherlands, VSP, 1997. – P. 137–144.

10. *Rogov A.A.* Information-mathematical aspects of the renewal systems control for finite time interval // Intelligent Systems and Information Technologies in Control-IS&ITC–2000: Proceeding of the International Scientific Conference. – St. Petersburg; Pscov: SPbSTU, 2000. – P. 92–95.

11. *Rogov A.A., Shchegoleva L.V., Shulgin A.V.* Comparion of the empirical estimators of a renewal function // Probabilistic Analysis of Rare Events: Theory and Problems of Safety. – Insurance and Ruin, Riga, Riga Aviation University, 1999. – P. 209–211.

12. *Rogov A.A., Tchernetskii V.I.* On problems of renewal system theory for finite time interval // Probabilistic Methods in Discrete Mathematics: Proc. of the 3 Intern. Petrozavodsk Conf. VSP/TVP. – Utrecht; Moscow, 1993. – P. 386–394.

Петрозаводский государственный университет

Поступила 17.05.03

A.A. Rogov

Simulation of Renewable Systems Operation (Papermaking Machine)

Some new approaches to solving problems arising under the complete cycle are considered related to optimal control organization by renewable systems operating in the final time interval.