

ЛЕСОЭКСПЛУАТАЦИЯ

УДК 625.143.4.001.24

С. И. МОРОЗОВ

Архангельский государственный технический университет

МЕТОДИКА РЕШЕНИЯ  
ЗАДАЧИ УДАРА КОЛЕСА О РЕЛЬС В СТЫКАХ

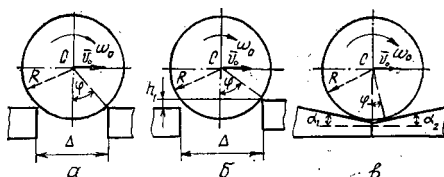
Приведены расчетные зависимости для трех случаев взаимодействия колеса и рельса перед ударом и блок-схема решения с помощью ЭВМ. Изложена методика и дан пример решения задачи удара с помощью классической и деформационной теорий.

Calculation dependences for three cases of a wheel-and-a rail interaction before an impact and a flowchart of a computer-based solution are given. Methods and an example of worked impact problems by means of classical and strain theories have been stated.

При движении колеса в зоне стыка звеньев пути возникает удар, сопровождаемый характерным звуком, называемым «стук колес». Помимо звуковых, имеют место также и механические эффекты, которые приводят к повышенному износу концов рельсов, увеличению сопротивления движению поезда и т. п.

Можно назвать по крайней мере три основных фактора, вызывающих удар колеса о рельс: стыковой зазор, уступ поверхности катания и неровность поверхности катания при износе головки рельса (рис. 1).

Рис. 1. Схемы соударения колеса и рельса: *a* — стыковой зазор; *б* — уступ поверхности катания; *в* — неровность поверхности катания при износе головки рельса;  $v_0$  — скорость центра колеса (точки *C*);  $\omega_0$  — угловая скорость качения колеса;  $\Delta$  — стыковой зазор;  $h_1$  — ступенька поверхности катания стыкуемых рельсов;  $R$  — радиус колеса;  $\alpha_1, \alpha_2$  — уклоны поверхности катания рельсов в зоне стыка



В данной статье рассмотрены только два первых фактора. Они имеют практическое значение при определении следующих величин: максимального стыкового зазора, отклонения стыкуемых рельсов по высоте, допустимого износа концов рельсов в стыках и т. д.

При решении задачи используем следующие предпосылки.

а) Рассматриваем движение отдельного изолированного колеса массой  $m_1$  и радиусом  $R$ . Оно катится вдоль пути со скоростью  $v_0$ . Влияние на движение колеса ходовой части экипажа, сил тяги, торможения и сопротивления движению не учитываем.

б) Масса  $m_2$  верхнего строения пути (рельсы, шпалы, балластный слой) и земляного полотна существенно больше массы колеса, поэтому в момент удара можно принять  $m_2 = \infty$ .

в) До начала удара верхнее строение пути неподвижно, т. е.  $v_2 = 0$ .

г) Рельсовое основание является равноупругим, и траектория точки касания колеса с рельсом (так называемая центроида) представляет собой прямую.

Решение задачи удара колеса о рельс, приведенное ниже, состоит из трех блоков. В первом находят скорость колеса до удара, во втором — с помощью классической теории [1, 3, 4] определяют скорость колеса после удара и импульсы ударных сил, в третьем — с помощью деформационной теории [1, 2] рассчитывают ударные силы и время удара. Рассмотрим последовательно процедуру вычислений для каждого блока.

Блок 1. Расчетные схемы для различных случаев соударения приведены на рис. 2. К ним относятся: стыкование рельсов на одном уровне ( $h_1 = 0$ , рис. 2, а), с уступом справа ( $h_1 < 0$ , рис. 2, б, в) или слева ( $h_1 > 0$ , рис. 2, г, д, е).

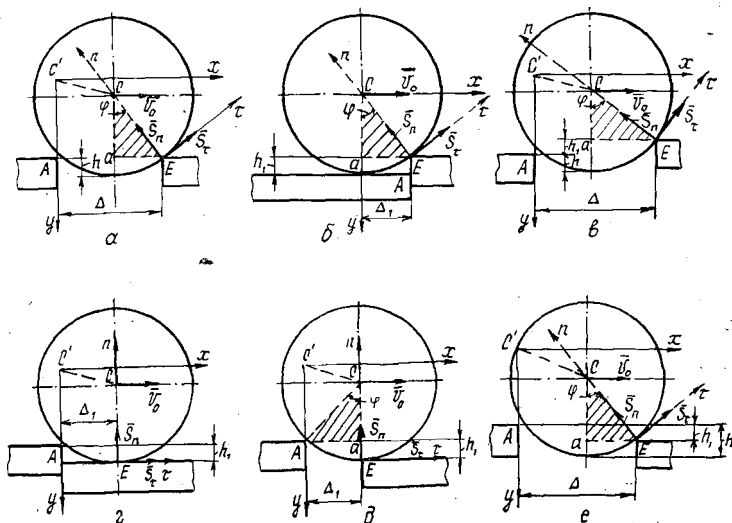


Рис. 2. Схемы соударения о рельс при движении колеса в зоне стыкового зазора: а — ступеньки на поверхности катания нет; б, в — ступенька на принимающем рельсе; г, д, е — на отдающем. Пунктиром показана траектория точки  $C$  в фазе свободного полета

Предполагаем, что колесо движется (катится) слева направо. В точке  $A$  оно отрывается от отдающего рельса и наступает фаза свободного полета, которая длится до момента удара колеса о принимающий рельс в точке  $E$ . Эта фаза всегда имеет место для первого и третьего случаев. Во втором случае ее наличие не обязательно. Если стыковой зазор  $\Delta$  достаточно мал, то колесо соприкасается с рельсом в точке  $E$  раньше, чем сойдет с отдающего рельса.

Наличие или отсутствие фазы свободного полета зависит от значения  $h_1$  и  $\Delta_1$ . Если выполняется условие

$$\Delta \leq \Delta_1, \quad (1)$$

где

$$\Delta_1 = \sqrt{R^2 - (R - h_1)^2}, \quad (2)$$

то фазы свободного полета нет. Если условие (1) не выполняется, она есть.

Для третьего случая ( $h_1 > 0$ ) возможен удар колеса по рельсу в головку (рис. 2, г, д) или по кромке торцевой части (рис. 2, е).

Введем расчетный параметр

$$x_0 = v_0 t_1 = v_0 \sqrt{2h_1/g}. \quad (3)$$

где  $t_1$  — время свободного полета;

$h_1$  — высота ступеньки.

Если

$$x_0 \geq \Delta, \quad (4)$$

то удар происходит по схемам, изображенным на рис. 2, *г*, *д*; в противном случае — на рис. 2, *е*.

Используя для фазы полета дифференциальные уравнения плоскопараллельного движения тела, получаем:

$$\begin{aligned} x &= v_0 t; \\ y &= gt^2/2; \\ v_x &= v_0; \\ v_y &= gt; \\ \omega_0 &= v_0/R, \end{aligned} \quad (5)$$

где  $x, y$  — координаты точки  $C$  в системе координат  $xAy$ ;  
 $v_x, v_y$  — проекции скоростей точки  $C$  на оси координат;  
 $\omega_0$  — угловая скорость вращения колеса перед ударом.

На момент удара колеса о рельс в точке  $E$  из треугольника  $CEa$  (рис. 2) имеем

$$\begin{aligned} CE &= R; \\ Ea &= \Delta - x_0 = \Delta - v_0 t_1; \\ Ca &= R - h \pm h_1 = R - gt_1^2/2 \pm h_1, \end{aligned}$$

где  $h$  — величина опускания точки  $C$  по вертикали за время  $t_1$ ;  
 $h_1$  — высота ступеньки. Для случая, показанного на рис. 2, *а*, имеем  $h_1 = 0$ ; на рис. 2, *б*, *в* перед  $h_1$  записывают знак минус, на рис. 2, *г*, *д* — плюс.

Отсюда можно составить два уравнения:

$$(\Delta - v_0 t_1)^2 + (R - gt_1^2/2 \pm h_1)^2 = R^2; \quad (6)$$

$$\varphi = \arctg \frac{\Delta - v_0 t_1}{R - gt_1^2/2 \pm h_1}. \quad (7)$$

По (6) находят время свободного полета, по (7) — угол  $\varphi$ , по (5) — значения  $x, y, v_x, v_y, \omega_0$ .

Все вычисления удобно запрограммировать на ЭВМ. Схема вычислений для первого блока приведена на рис. 3. Аналогичные схемы и программы их реализации на ЭВМ составлены для второго и третьего блоков.

Для решения задачи удара как по классической, так и по деформационной теориям необходимо знать проекции скорости точки  $C$  до удара на оси  $\tau$  и  $n$ . Соответствующие выражения имеют вид

$$v_\tau = v_x \cos \varphi - v_y \sin \varphi; \quad (8a)$$

$$v_n = -(v_x \sin \varphi + v_y \cos \varphi). \quad (8б)$$

Блок 2. Расчетные уравнения для соударения двух тел, совершающих плоскопараллельное движение, приведены в работе [3]. Их можно использовать и при изучении удара колеса о рельс в зоне стыка с учетом особенностей этой задачи.

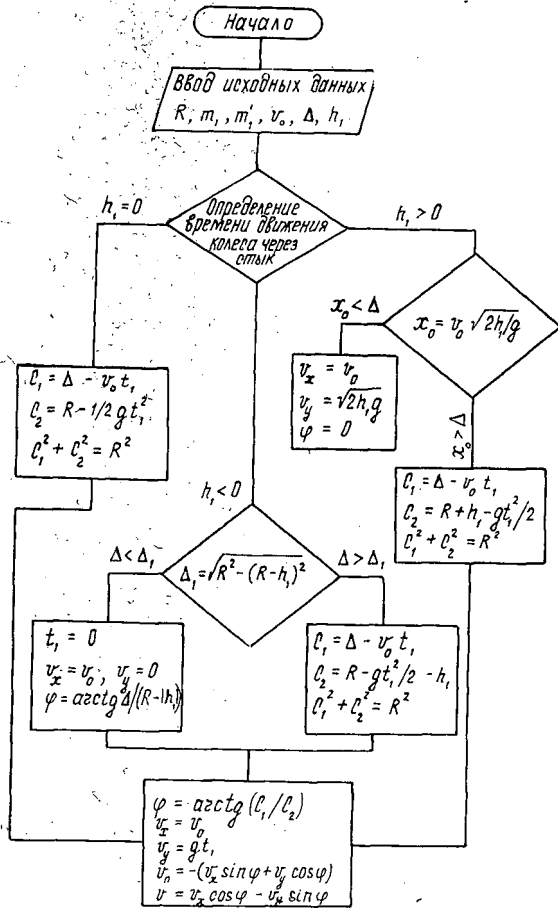


Рис. 3. Блок-схема вычислений скорости колеса при ударе о рельс

К ним относятся:

скорость точки  $C$  первого тела (колеса) до удара задана через ее проекции на оси координат  $x$  и  $y$ , поэтому

$$\bar{v} = \bar{v}_x + \bar{v}_y;$$

направление векторов  $\bar{v}_x$  и  $\bar{v}_y$  с осями  $\tau$  и  $n$  удобно выразить через угол  $\varphi$ ;

масса первого тела  $m_1$ , участвующего в ударе, равна сумме массы одного колеса и приходящейся на него массы экипажа. Ее можно определить по паспортным данным экипажа;

масса первого тела  $m_1'$ , используемая для определения момента инерции колеса при вращении его вокруг горизонтальной оси, равна половине массы одной оси.

С учетом изложенного имеем следующие расчетные уравнения: для коэффициентов масс

$$G = 1/m_1; \quad (9a)$$

$$G_1 = 1/m_1 + 2/m_1', \quad (9b)$$

для составляющих  $S_\tau$  и  $S_n$  (рис. 2) импульса ударной силы

$$S_{\tau} = -\frac{2v_{\tau}}{G_1} = \frac{2m_1 m_1' v_{\tau}}{m_1 + m_1'}; \quad (9в)$$

$$S_n = -\frac{(1 + \varepsilon) v_n}{G} = -(1 + \varepsilon) m_1 v_n, \quad (9г)$$

где  $\varepsilon$  — коэффициент восстановления;  
для составляющих  $u_{\tau}$  и  $u_n$  скоростей точки после удара

$$u_{\tau} = v_{\tau} + S_{\tau}/m_1 = \frac{m_1 - m_1'}{m_1 + m_1'} v_{\tau}; \quad (9д)$$

$$u_n = v_n + S_n/m_1 = -\varepsilon v_n, \quad (9е)$$

для угловой скорости колеса после удара

$$\omega_1 = \omega_0 + \frac{2S_{\tau}}{m_1' R}. \quad (9ж)$$

Определив  $u_{\tau}$ ,  $u_n$  и  $\omega_1$ , можно исследовать движение колеса после удара.

Значения  $S_{\tau}$  и  $S_n$  позволяют косвенно оценить нагруженность металла рельса в зависимости от размеров стыкового зазора и неровности пути  $h_1$ .

Одной из важных расчетных величин в классической теории удара является коэффициент восстановления. Он зависит как от материала соударяющихся тел, так и относительной скорости соударения

$$v_n = |v_{n_1} - v_{n_2}|.$$

По результатам экспериментальных исследований [1] зависимость  $\varepsilon = \varepsilon(v_n)$  можно аппроксимировать степенным уравнением. При соударении стальных тел она имеет вид:  
для закаленной стали

$$\varepsilon = 0,9997 - 0,0961 v_n + 0,01136 v_n^2 - 0,000548 v_n^3;$$

для мягкой стали

$$\varepsilon = 0,9864 - 0,1569 v_n + 0,02224 v_n^2 - 0,001116 v_n^3.$$

Следовательно, в первом блоке надо предварительно определить  $v_n$ , затем значение  $\varepsilon$  и только после этого переходить к выполнению расчетов по второму блоку.

Блок 3. В деформационной теории удара используют решение задачи Г. Герца о силах, возникающих в контакте двух тел.

Основные расчетные выражения деформационной теории приведены в работе [1, 2]. Здесь ударная сила  $F$  нелинейно зависит от сближения  $\delta$  центров масс тел:

$$F = k \delta^{1,5}, \quad (10)$$

где  $k$  — постоянная.

В общем случае выражение для  $k$  имеет вид

$$k = \frac{4}{3} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \left[ \frac{1 - \mu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \mu_2^2}{E_2} \right]^{-1}, \quad (11)$$

где  $E_1$ ,  $E_2$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  — модули упругости и коэффициенты Пуассона материала соударяющихся тел в точке контакта.

В частном случае при соударении тел из однородного материала имеем  $E_1 = E_2 = E$ ,  $\mu_1 = \mu_2 = \mu$ . Тогда выражение (11) принимает вид

$$k = \frac{2E}{3(1-\mu^2)} \sqrt{\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}} \quad (11a)$$

Решая дифференциальное уравнение движения взаимодействующих тел [1, 2]

$$\delta'' + \frac{k}{m} \delta = 0,$$

где  $m = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$  — приведенная масса;

получаем следующие выражения:

для максимальной деформации тел

$$\delta_m = \left( \frac{5m v_n^2}{4k} \right)^{0,4}; \quad (12)$$

для времени удара

$$\tau_1 = 2,9432 \left( \frac{5m}{4k} \right)^{0,4} v_n^{-0,2}; \quad (13)$$

для максимальной силы удара

$$F_m = k^{0,4} \left( \frac{5m v_n^2}{4} \right)^{0,6}; \quad (14)$$

для импульса ударной силы

$$S_n = 1,8395 m v_n. \quad (15)$$

Выражение (15) служит для оценки соответствия результатов решения задачи удара по классической и деформационной теориям.

Для иллюстрации изложенной выше методики решения задачи удара колеса о рельс в зоне стыка рассмотрим пример для случая  $h_1 = 0$ . Все вычисления выполнены с помощью ЭВМ.

Исходные данные:  $m_1 = 3000$  кг;  $m_1' = 300$  кг;  $m_2 = \infty$ ;  $R_1 = 0,3$  м;  $R_2 = \infty$ ;  $v_0 = 10$  м/с;  $v_2 = 0$ ;  $h_1 = 0$ ;  $E_1 = E_2 = 2,1 \cdot 10^{11}$  Н/м<sup>2</sup>;  $\mu_1 = \mu_2 = 0,3$ .

Результаты решения приведены в таблице.

Данные таблицы позволяют сделать следующие выводы.

1. Время  $t_1$  движения колеса через стыковой зазор изменяется примерно пропорционально значению  $\Delta$ . Это объясняется довольно большой скоростью движения колеса ( $v = 10$  м/с = 36 км/ч). Аналогичная закономерность наблюдается для величин  $\varphi$ ,  $v_y$ ,  $v_n$ . Скорость  $v_x$  на этом участке движения колеса остается постоянной при любом значении  $\Delta$ , т. е.  $v_x = v_0 = 10$  м/с. Скорость  $v_n$  отрицательна, т. е. для колеса направлена к точке  $E$  (к рельсу).

2. Составляющая  $S_\tau$ , а также  $\omega_1$  и  $u_\tau$  изменяются незначительно, знак  $S_\tau$  отрицателен, т. е. эта составляющая ударного импульса направлена в сторону, обратную оси  $\tau$ .

3. В результате удара значение  $\omega_1$  увеличивается, сохраняя знак (минус, т. е. направление вращения колеса до и после удара не изменяется (по часовой стрелке)).

4. Составляющая  $S_n$  имеет знак плюс, т. е. направлена внутрь как колеса, так и рельса. По модулю она изменяется примерно пропорционально  $\Delta$ .

Значения  $S_n$ , вычисленные как по классической (блок 2), так и деформационной (блок 3) теориям, различаются незначительно (в пределах точности исходных предпосылок).

Известно, что теория Г. Герца [1, 2] принимает во внимание только местные деформации материала тел в точке контакта. Аналогичное

| № блока | Показатели          | Значения показателей при $\Delta$ , см |        |        |        |        |        |
|---------|---------------------|----------------------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|
|         |                     | 0,25                                   | 0,5    | 1,0    | 2,0    | 5,0    | 10,0   |
| 1       | $t_1, 10^4$ с       | 2,133                                  | 4,266  | 8,535  | 17,07  | 42,68  | 85,36  |
|         | $\varphi$ , град    | 0,0701                                 | 0,1402 | 0,2798 | 0,5595 | 1,3984 | 2,7970 |
|         | $v_y, 10^3$ м/с     | 2,092                                  | 4,185  | 8,373  | 16,75  | 41,87  | 83,44  |
|         | $v_n$ , м/с         | 0,0143                                 | 0,0287 | 0,0572 | 0,1144 | 0,2859 | 0,5716 |
|         | $\varepsilon$       | 0,984                                  | 0,982  | 0,978  | 0,969  | 0,943  | 0,904  |
| 2       | $S_\tau, Н \cdot с$ | 2851,1                                 | 2851,1 | 2857,1 | 2357,9 | 2852,6 | 2852,6 |
|         | $S_n, Н \cdot с$    | 85,31                                  | 170,43 | 339,34 | 675,70 | 1666,8 | 3264,7 |
|         | $u_\tau$ , м/с      | 9,0476                                 | 9,0476 | 9,0475 | 9,0470 | 9,0440 | 9,0331 |
|         | $u_n$ , м/с         | 0,0141                                 | 0,0281 | 0,0559 | 0,1108 | 0,2697 | 0,5166 |
|         | $\omega_1, 1/с$     | 96,824                                 | 96,825 | 96,824 | 96,821 | 96,800 | 96,724 |
| 3       | $F_m$ , кН          | 20,06                                  | 46,08  | 105,58 | 242,55 | 728,0  | 1672,6 |
|         | $\tau_1, 10^3$ с    | 7,862                                  | 6,845  | 5,961  | 5,189  | 4,321  | 3,762  |
|         | $S_n, Н \cdot с$    | 78,91                                  | 158,38 | 315,66 | 613,32 | 1576,1 | 3154,4 |
|         | $\sigma$ , МПа      | 20                                     | 45     | 105    | 240    | 700    | 1600   |

предположение, но только в другой форме, сделано И. Ньютоном (через коэффициент восстановления). Поэтому обе теории (классическая и деформационная) не противоречат, а дополняют друг друга. В принципе они должны давать сопоставимые результаты, что и установлено в настоящей работе.

5. Сила удара возрастает с увеличением стыкового зазора. Примерно пропорционально ей изменяются и напряжения  $\sigma$ , возникающие в зоне контакта при ударе колеса о рельс. При изменении ширины стыкового зазора  $\Delta$  от нуля до 2 см значения расчетных напряжений  $\sigma$  меньше, чем напряжения предела текучести рельсовой стали ( $\sigma_T \approx 450$  МПа).

Таким образом, изложенный материал позволяет определить силовые и кинематические характеристики процесса удара колеса о рельс. Другие вопросы, относящиеся к этой задаче, в том числе движение колеса через стык со ступенькой, влияние неровностей пути в зоне стыка и т. д., будут рассмотрены в другой статье.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Гольдсмит В. Удар.— М.: Стройиздат, 1965.— 448 с. [2]. Кильчевский Н. А. Теория соударений твердых тел.— Киев.: Ин-т механики АН УССР, 1969.— 248 с. [3]. Морозов С. И. К вопросу о решении задач удара на лесотранспорте // Лесн. журн.— 1994.— № 1.— С. 40—47.— (Изв. высш. учеб. заведений). [4]. Пановко Я. Г. Введение в теорию механического удара.— М.: Наука, 1977.— 224 с.

Поступила 24 февраля 1994 г.