

УДК 676.017

**В.И. КОМАРОВ**

Архангельский государственный технический университет

Комаров Валерий Иванович родился в 1946 г., окончил в 1969 г. Ленинградскую лесотехническую академию, кандидат технических наук, профессор, заведующий кафедрой технологии целлюлозно-бумажного производства Архангельского государственного технического университета. Имеет более 130 печатных работ в области исследования свойств деформативности и прочности целлюлозно-бумажных материалов.



### **ВЯЗКОУПРУГОСТЬ ЦЕЛЛЮЛОЗНО-БУМАЖНЫХ МАТЕРИАЛОВ**

Проведено сравнение различных методов измерения сопротивления раздиранию; представлены реологические модели бумаги и картона. Приведено описание трех основных классов материалов в соответствии с характером деформирования и рассмотрены некоторые положения механики разрушения, которые могут найти применение при оценке качества целлюлозно-бумажных материалов.

The comparison of different methods of measuring the tear strength has been carried out; reological models of paper and cardboard are presented. The description of three main classes of materials is given according to the deformation character. Some aspects of the destruction mechanics are considered that can find their application in assessment of the quality of pulp-and-paper materials.

Сравнительно новым научным направлением, лежащим на стыке механики деформируемого тела, материаловедения и физики разрушения, является механика разрушения [4, 15]. Ее преимущество перед традиционными методами оценки качества материала – наличие количественных обобщенных критериев, связывающих критическое напряжение разрушения с длиной трещины. Оценка с позиции механики разрушения

качества целлюлозных и композитных материалов (близких по свойствам к целлюлозно-бумажным [5, 18]) применяется достаточно широко [3, 19]. Испытания, основанные на положениях механики разрушения, должны найти свое место как при разработке новых видов целлюлозно-бумажных материалов, так и при оценке пригодности этих материалов либо для дальнейшей переработки, либо для использования в качестве готового продукта [24]. Способность структуры сопротивляться дальнейшему распространению трещин, т. е. сохранять прочность при наличии дефектов, особенно важна для таких материалов, как бумага для печати, мешочная бумага, различные виды картона и др.

Еще в начале 20-х годов XX века производители бумаги установили важность трещиностойкости материала. Было разработано три способа испытаний для оценки сопротивления листа бумаги раздиранию [21, 34]: *a* – внутреннее сопротивление раздиранию – метод Эльмендорфа (рис. 1, *a*); *b* – сопротивление раздиранию в плане (рис. 1, *b*); *в* – сопротивление раздиранию образца с боковым надрезом (рис. 1, *в*).

Характеристика «внутреннее сопротивление раздиранию» является общепринятой (рис. 1, *a*). (Под термином «сопротивление раздиранию» подразумевают внутреннее сопротивление раздиранию.) В этом случае на раздирание предварительно надрезанного образца бумаги затрачивается работа, которая измеряется разностью потенциальных энергий маятника в начале и в конце качания. Действующие параллельные силы направлены перпендикулярно плоскости образца в разные стороны, поэтому дальнейшее распространение трещины происходит не в виде разрыва, а в виде среза и кручения. Этот метод подвергается справедливой критике. Указываются следующие источники ошибок: во-первых, при испытании затрачивается добавочная работа на изгиб бумаги и трение друг о друга краев раздираемого образца; во-вторых, теоретически показания прибора должны быть пропорциональны количеству раздираемых слоев, но, так как величина этой характеристики зависит от продолжительности испытания, фиксируемая величина сопротивления раздиранию будет меньше у образца с большим содержанием слоев; в-третьих, имеет место трение стрелки прибора, а также переменное (изменяющееся в период между калибровками прибора) трение; в-четвертых, раздирание образца не всегда происходит по прямой линии и сопровождается его расщеплением.

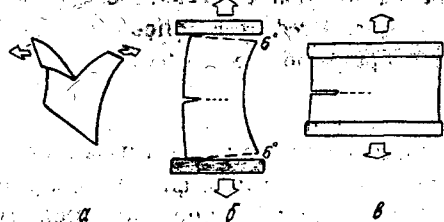


Рис. 1. Методы измерения сопротивления раздиранию: *a* – метод Эльмендорфа; *b* – надрыв в плане; *в* – сопротивление краевому надрыву

На рис. 1, б показана схема испытания на раздирание в плоскости листа. Образец с боковым надрезом помещают в зажимы, каждый из которых поворачивается на 6° в плоскости образца. Края надреза при этом образуют угол 12°. Затем зажимы раздвигают параллельно, и разрыв распространяется по образцу. Скорость нагружения 5 см/мин. Ширина образца 63 мм. Длина надреза 20 мм. После разрушения образца рассчитывают затраченную работу (по диаграмме усилие – удлинение), величина которой делится на длину разрушения, т. е. рассчитывается удельная работа распространения трещины. Но такое испытание является очень условным, так как оно не соответствует фактическому воздействию, которому подвергается бумага при переработке. Поэтому реальные условия нагружения бумаги более точно имитирует обычное испытание на растяжение образца, в котором сделаны боковые надрезы или надрез (рис. 1, в). Скорость деформации при растяжении составляет 0,1 см/мин. Длина образца 4,0 см, ширина – 14,5 см; длина надреза 2,9 см. Этот метод широко применяют при изучении механики разрыва различных материалов – металлов, полимеров, композитных материалов. Целесообразность использования его для испытаний бумаги обосновывается в работе [28]. Некоторым неудобством при работе по второй и третьей схеме является нестандартная ширина образца, что требует изготовления специальных зажимов. В статье [12] показано, что испытания образцов с надрезом можно производить и при стандартной ширине образца (15 мм) в условиях проведения предварительных опытов с целью установить такую длину надреза, при которой будет наблюдаться плоскодеформированное состояние.

В последнее время возрос интерес к теории вязкоупругости материалов, в том числе к исследованию реологических свойств. Комбинируя свойства упругости и вязкости с помощью простейших моделей деформирования, можно построить большое количество различных гипотетических сред, поведение которых, по крайней мере качественно, соответствует поведению реальных тел, промежуточных между твердыми телами и жидкостями [2, 6, 11, 16, 17, 20, 25, 29–33]. Моделью вязкоупругого тела часто называют закон деформирования модели Максвелла–Томсона (рис. 2). Механическое поведение данной модели определяется соотношением

$$\frac{\eta E_1}{E_1 + E_2} \dot{\epsilon} + \frac{E_1 E_2}{E_1 + E_2} \epsilon = \sigma + \frac{\eta}{E_1 + E_2} \dot{\sigma}, \quad (1)$$

которое можно записать в виде

$$\sigma + \tau \dot{\sigma} = E \epsilon + \tau H \dot{\epsilon}, \quad (2)$$

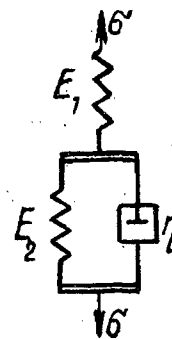


Рис. 2. Модель стандартного вязкоупругого тела (модель Масквелла – Томсона)

где  $\eta$  – вязкость материала;  
 $E_1$  – мгновенный модуль упругости,  $E_1 = H$ ;  
 $E_2$  – модуль упругости в зоне предразрушения образца;  
 $\varepsilon$  – деформация;  
 $\sigma$  – напряжение;  
 $\tau$  – продолжительность релаксации,  $\tau = \eta / (E_1 + E_2)$ ;  
 $E$  – длительный модуль упругости,  $E = E_1 E_2 / (E_1 + E_2)$ .

С помощью модели (рис. 3) Стиберга и др. [21] предложено изображать феномен зависимости напряжение – деформация, Бартенева-Резникова-Догадкина [17] – процесс деформирования эластомеров. Уравнение деформирования данной модели имеет вид

$$\eta(E_1 + E_2) \dot{\varepsilon} + E_1 E_2 \varepsilon = \eta \dot{\sigma} + E_2 \sigma. \quad (3)$$

Это уравнение идентично уравнению (2) с точностью до значений постоянных коэффициентов.

Авторы многих исследований стремятся прийти к более сложным законам деформирования, увеличивая число элементов в механических моделях. Так, в работе [2] предлагается реологическая модель бумаги (рис. 4), где  $E_0$  – мгновенный модуль упругости;  $E_\infty - \eta_0$  – элемент Кельвина, соответствующий замедленно упругой составляющей деформации бумаги;  $E_i - \eta_i$  – элемент, учитывающий релаксацию напряжений в волокнах. Вторая ячейка модели представляет пластическую составляющую деформации.

Реологическая модель бумаги по Брехту представлена на рис. 5 [20]. Модель состоит из элементов Максвелла, Кельвина – Фойхта и

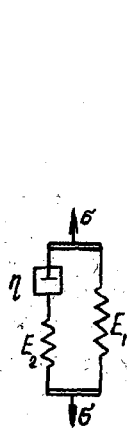


Рис. 3. Модель стандартного вязкоупругого тела

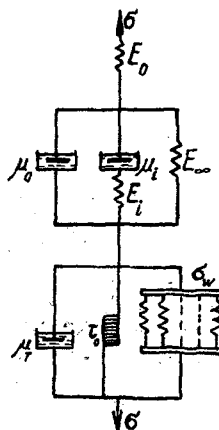


Рис. 4. Реологическая модель бумаги

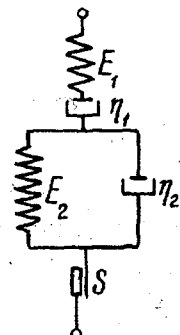


Рис. 5. Реологическая модель бумаги по Брехту

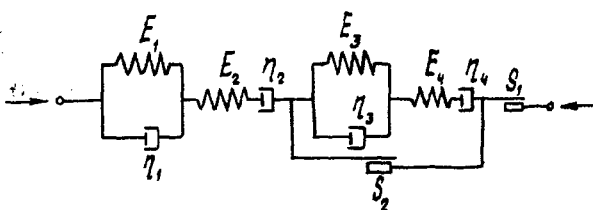


Рис. 6. Реологическая модель картона

элемента Сен-Венана  $S$ , где  $E_1$  – мгновенный модуль упругости;  $E_2 - \eta_2$  – элемент, соответствующий замедленно упругой деформации. Деформация элементов  $\eta_1$  и  $S$  соответствует пластической деформации.

Реологическая модель картона, работающего на сжатие, представлена на рис. 6 [6]. В этой модели первый элемент Сен-Венана  $S_1$  описывает пластическое поведение материала, связанное со смещением волокон относительно друг друга. Эту пластичность автор модели называет внешней, характеризующей пластическое поведение материала как единое целое. Второй элемент Сен-Венана  $S_2$  характеризует вязкоупругое поведение материала.

Следует подчеркнуть, что, увеличивая число элементов в механических моделях, а также усложняя их сочетание, можно прийти к сложным законам деформирования, однако это не всегда приводит к качественным изменениям характера деформирования. Поэтому для практических целей бывает достаточно использовать закон деформирования типичного тела (2). Возможность такого подхода для описания процесса деформирования целлюлозно-бумажных материалов показана в работе [11].

Б.П. Ерыхов предлагает [7] для исследования вязкоупругих свойств целлюлозно-бумажных материалов метод крутильных колебаний, считая, что «... вязкости твердого тела как скалярной величине, характеризующей процессы диссипации энергии в твердом материале, можно говорить только при условии реализации деформации чистого сдвига, как это имеет место в случае крутильных колебаний». При работе с листовыми материалами типа бумаги сдвиговая вязкость может быть рассчитана по уравнению

$$\eta = G I L \nu \lambda_0 / (b \delta^3), \quad (4)$$

где  $G$  – модуль сдвига;

$I$  – момент инерции колеблющейся системы относительно вертикальной оси;

$L$  – длина образца;

$\nu$  – частота свободных колебаний, совпадающая с резонансной частотой;

$\lambda_0$  – логарифмический декремент колебаний, приведенный к нулевой нагрузке;

$b$  – ширина образца;

$\delta$  – толщина образца.

Сдвиговую вязкость твердого тела независимо от реологической модели можно рассчитать по уравнению

$$\eta = \frac{G\lambda}{2\pi^2\nu}, \quad (5)$$

где  $G$  – модуль сдвига;

$\lambda$  – логарифмический декремент затухания, равный натуральному логарифму отношения двух следующих друг за другом амплитуд;

$\nu$  – циклическая частота крутильных колебаний, соответствующая первой гармонике.

В исследовательской практике нашел применение прибор «УРОМС» (установка для резонансного метода определения модуля сдвига целлюлозно-бумажных и пленочных материалов [8]).

Объектами механики разрушения являются материалы (тела), различающиеся структурой и зависимостью характера деформирования и разрушения от типа и направления действия нагрузки [10]. По характеру деформирования (реологическим свойствам) материалы подразделяются на три основных класса – линейно-упругие, упругопластичные, вязкоупругие [1].

Материал называют линейно-упругим, если при приложении механического нагружения в нем (вплоть до достижения критических условий) развиваются только мгновенные упругие деформации.

Материал называют упругопластичным, если при его нагружении наряду с мгновенными упругими развиваются также мгновенные пластические деформации. В зависимости от объема материала, вовлекаемого в пластическое деформирование, различают два типа упругопластичных материалов – псевдоупругие и пластичные. К псевдоупругим относятся те материалы, при нагружении которых в основном объеме развиваются мгновенные упругие деформации, а мгновенные пластические деформации локализуются только вблизи вершин имеющихся дефектов (трещин), причем протяженность зоны этих деформаций мала по сравнению с длиной трещин. Если же при приложении механического нагружения мгновенные пластические деформации развиваются по всему (или почти по всему) объему, то такой материал считают пластичным. К пластичным материалам относятся также материалы, при деформировании которых в вершинах имеющихся дефектов развиваются интенсивные пластические деформации и протяженность зоны этих деформаций превышает 20 % от исходной длины трещины. Упругопластичные материалы, в которых пластические деформации носят характер вязкого течения (модель Эйринга), называют упруговязкопластичными, или вязкопластичными.

Если при нагружении в материале наряду с мгновенными упругими деформациями развиваются неупругие деформации, величины которых зависят от длительности или скорости приложения нагрузки,

то такие материалы называют вязкоупругими. В зависимости от того, является ли связь между напряжением и скоростью деформирования линейной или нелинейной, различают линейно- и нелинейно-вязкоупругие материалы.

Вязкоупругий материал считают идеальным нелинейно-упругим, если при приложении механической нагрузки в нем развиваются только обратимые деформации – мгновенные упругие и зависящие от времени вязкоупругие (эластические). Причем если деформирование такого материала происходит под действием постоянного напряжения, то обратимая вязкоупругая составляющая деформации стремится со временем к некоторому предельному (равновесному) значению (модель Фойхта). В идеальном линейно-вязкоупругом материале под действием приложенного напряжения наряду с обратимыми (мгновенной упругой и зависящей от времени эластической) развиваются также необратимые деформации идеального (ньютоновского) течения, которые при приложении постоянной нагрузки неограниченно возрастают со временем (модель Максвелла). В нелинейно-вязкоупругом материале деформации течения являются неньютоновскими. Наиболее сложным представляется поведение материала, в котором до или после предела текучести или во всем диапазоне нагрузок развиваются вязкоупругие деформации, зависящие от длительности или скорости нагружения.

По характеру разрушения материалы в механике трещин обычно делят на хрупкие и нехрупкие (вязкие). При отнесении материала к той или иной группе учитывают, каким образом происходит разрыв элемента материала при прохождении через него трещины. В общем случае каждый элемент материала может находиться в одном из следующих состояний: сплошное, разорванное или промежуточное между ними.

Материал называют идеально хрупким, если при достижении критических условий его элементы, прилегающие к поверхностям (берегам) трещины, сразу переходят из сплошного состояния в разорванное. В этом смысле идеально хрупким может быть материал с любыми деформационными (реологическими) свойствами – линейно-упругий, упругопластичный, вязкоупругий и т. д.

Материал называют нехрупким, если при его нагружении разрушение элементов, прилегающих к берегам трещины, происходит в два этапа. На первом этапе (при нагрузках ниже критических) элементы материала переходят из сплошного в некоторое промежуточное состояние, характеризующееся локальным нарушением сплошности, например вследствие накопления повреждений при пластическом деформировании металлов и сплавов, крейзообразования в полимерах, множественного растрескивания матрицы и отслаивания ее от наполнителя в волокнистых композиционных материалах и т. д. На втором этапе (при достижении критических условий) элементы материала переходят из промежуточного в полностью разрушенное состояние. С этой точки зрения нехрупкими (вязкими) также могут быть материалы с любыми реологическими свойствами.

По фазовой структуре материалы в механике трещин делят на однородные и гетерогенные. Однородные материалы характеризуются однородностью состава и идентичностью свойств по всему объему, гетерогенные – состоят из двух или более фаз, каждая из которых представляет собой однородную часть системы, отделенную от других частей четко выраженной границей раздела и отличающуюся от них составом и свойствами. По своим реологическим свойствам как однородные, так и гетерогенные материалы могут быть линейно-упругими, упруго-пластичными или вязкоупругими, по характеру разрушения – хрупкими или вязкими.

Наконец, в механике трещин различают изотропные и анизотропные материалы в зависимости от того, являются или нет свойства материала одинаковыми при нагружении в различных направлениях. В свою очередь, изотропные и анизотропные материалы по фазовой структуре могут быть гомо- и гетерогенными, по реологическим свойствам – линейно-упругими, упругопластичными или вязкоупругими, по характеру разрушения – хрупкими или вязкими.

Анализ условий начала распространения трещин в материалах различной природы, фазовой структуры и деформационных свойств проводят с учетом распределения напряжений и смещений у вершины трещины. При этом для координат и компонент напряжений у вершины трещины используют, как правило, образования, приведенные на рис. 7. Взаимные смещения поверхностей трещины в окрестности ее фронта, происходящие в направлении осей  $x$ ,  $y$  и  $z$ , принято обозначать  $u$ ,  $v$  и  $w$  соответственно.

Известно, что, используя методы механики разрушения, можно производить количественные расчеты прочности материалов, имеющих трещины [15]. При этом рассматривают хрупкое разрушение, определяемое как «...вид разрушения, при котором нестабильный рост трещин происходит при напряжениях, меньших предела текучести». Раскрытие трещины в твердом теле может быть осуществлено тремя различными путями (рис. 8) [4]. При нормальных напряжениях возникает трещина типа «отрыв» (тип I), перемещение ее берегов происходит перпендикулярно плоскости трещины. При плоском сдвиге образуется трещина типа «сдвиг» (тип II), перемещение ее берегов происходит в плоскости трещины и перпендикулярно ее фронтальной линии. Трещина типа «срез или раздир» (тип III) образуется при антиплоском сдвиге, перемещение ее берегов совпадает с плоскостью трещины и параллельно ее направляющей кромке.

Испытания лабораторных и производственных образцов бумаги, картона и целлюлозной папки, как правило, обнаруживают достаточно большой разброс значений прочностных показателей [14]. Рассмотрение механизма этого явления позволит сделать важные, с точки зрения стандартизации физико-механических показателей целлюлозных волокнистых материалов и анализа экспериментальных данных, выводы.



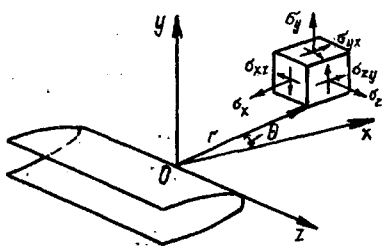


Рис. 7. Система координат и компонента напряжений у вершины трещины

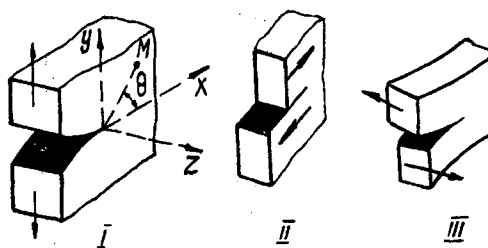
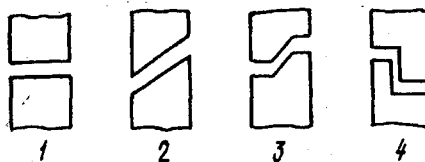


Рис. 8. Типы разрушения при различных видах напряженного состояния: I – нормальный отрыв при растяжении; II – скол при продольном сдвиге; III – раздир при поперечном сдвиге

Большой разброс результатов при испытаниях на растяжение характерен для хрупкого разрушения. В этом случае для оценки прочностных показателей материала используют положения статистической теории прочности. Мы исследовали, в какой мере материал типа бумаги, картона или целлюлозной папки при статических испытаниях на растяжение (т.е. при скорости приложения нагрузки порядка 50 мм/с) ведет себя как хрупкое тело. Теоретическое обоснование для такого предположения имеется. В основополагающей работе [1] отмечается, что хрупкий разрыв при определенной скорости приложения нагрузки можно наблюдать и на пластических телах. Исследования, нашедшие обобщение в работах [5, 9], показали, что СТП применима к полимерным материалам, которые должны отвечать следующим требованиям [8, 25]: должны обнаруживать характерные типы разрушения (рис. 9); быть жесткими, т.е. модуль упругости  $E_1$  должен превышать минимальное значение ( $10^3$  МПа), и иметь определенный характер кривой напряжение–деформация; разрушающее напряжение должно быть связано с модулем упругости соотношением

$$\sigma_p = (0,010 \dots 0,001) E_1. \quad (6)$$

Рис. 9. Элементарные типы разрушения хрупкого материала при испытании на растяжение: 1 – отрыв в плоскости максимальных растягивающих напряжений; 2 – скалывание в плоскости максимальных сдвиговых напряжений; 3 – отрыв и скалывание под углом; 4 – отрыв и скалывание в направлении растяжения



При испытании различных образцов были обнаружены все необходимые в данном случае типы разрушения (см. таблицу). На содержание различных типов разрушения основное влияние оказывают природа волокна, степень помола и, в меньшей степени, масса 1 м<sup>2</sup>. Отметим, что величина разрушающего напряжения, рассчитанная с учетом типа разрушения, практически на 5...12 % ниже разрушающего напряжения, рассчитанного по существующей методике.

Таким образом, эксперимент показал, что при статическом испытании с приложением одноосной растягивающей нагрузки к материалам типа бумаги, картона, целлюлозной папки применима статическая теория прочности.

Известно, что целлюлозно-бумажные материалы состоят из разнородных волокон, объединенных поперечными межволоконными силами связи. Условно опасный дефект, вызывающий начало разрушения, можно представить в двух формах. При большой величине поперечных связей дефектом структуры может быть отдельное волокно, имеющее наименьшую прочность. Весьма сложная реальная структура целлюлозно-бумажных материалов не позволяет моделировать данный дефект. В случае, когда прочность волокна выше межволоконных сил связи, эффект концентрации напряжений при разрыве отдельного волокна выражен слабо и накопление повреждений идет за счет роста трещин, инициатором которых может явиться капилляр или пора с максимальным диаметром.

Таким образом, неоднородность реальных материалов обуславливается двумя факторами: а) субмикро- и микротрещинами; б) структурными микро- и макрон неоднородностями [7]. Действуя на

Целлюлоза	Масса, г/м <sup>2</sup>	Степень помола, °ШР	Тип разрушения, %		
			1	2	3 + 4
Сульфатная: небеленая	50	25	30	40	30
	75	15	28	54	18
	75	35	38	38	24
	75	60	46	28	26
	100	25	30	40	30
	200	25	40	40	20
беленая лиственная	75	20	10	90	-
	75	30	80	20	-
	75	60	90	-	10
Сульфитная беленая	75	20	40	40	20
	75	30	60	30	10
	75	60	90	-	10

все не-  
а содер-  
ют при-  
2. Отме-  
учетом  
напря-

ком ис-  
к мате-  
а стати-

из раз-  
ыми си-  
ушения,  
речных  
меющее  
плюлоз-  
эффект. В  
язи, эф-  
кна вы-  
гrecтин,  
сималь-

буслов-  
динами;  
в уя на

+ 4

30

18

24

26

30

20

10

20

10

10

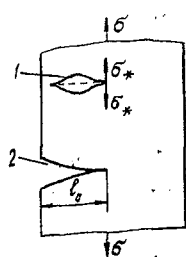


Рис. 10. Поперечный разрез внутренней (1) и краевой (2) микротрещин в хрупком материале ( $l_0$  – начальная длина микротрещин)

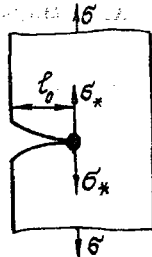


Рис. 11. Поперечный разрез краевой микротрещины в квазихрупком материале (в вершине показана область пластической или вынужденной высокоэластичной деформации)

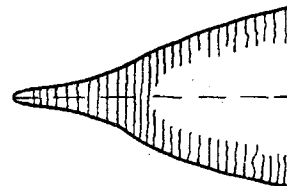


Рис. 12. Трещина «серебра» (крейз)

неоднородный материал, макрооднородное поле напряжений становится микрон неоднородным и вызывает перенапряжения в слабых местах структуры и концентрацию напряжений в окрестностях любого дефекта. Поэтому микротрещины являются очагами разрушения. Известно, что в полимерных материалах можно выделить три типа микротрещин: хрупкая (рис. 10), квазихрупкая (рис. 11) и трещина «серебра» или кейз (рис. 12). Можно предположить, что и в структуре целлюлозно-бумажных материалов эти виды трещин также имеют место.

Уточненная модель трещины в хрупком материале представляет собой не эллипс, а узкий разрез, принимающий под нагрузкой форму трещины, с плавно сходящимися краями (см. рис. 10, позиция 1) [4]. Из трех типов разрушения, как правило, анализируется тип I (см. рис. 8), который считается важнейшим для полимерных материалов, в следующих случаях: во-первых, при плоском деформированном состоянии, т. е. когда в направлении оси  $z$  перемещение равно нулю, но не равно нулю нормальное напряжение  $\sigma_z = \mu (\sigma_x + \sigma_y)$ ; во-вторых, при наиболее важном для практики плоском напряженном состоянии, для которого в направлении оси  $z$  перемещение не равно нулю, но  $\sigma_z = 0$  [19]. Согласно математической теории трещин, имеем

$$\sigma_y = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right), \quad (7)$$

где  $K_I$  – коэффициент интенсивности напряжений;

$r$  – радиус-вектор к точке  $M$  (рис. 8);

$\theta$  – угол между осью  $x$  и  $r$  (трещина расположена перпендикулярно оси  $y$ ).

На оси  $x$ , когда  $\theta = 0$  и  $r = x$ ,  $\sigma_y$  максимально и определяется по формуле

$$\sigma_y = K_I / \sqrt{2\pi x}. \quad (8)$$

Напряжение  $\sigma_x$  значительно меньше  $\sigma_y$ , оно не вызывает разрыва целлюлозных волокон, ориентированных по оси  $y$ . Напряжение сдвига  $\tau_{xy}$  по оси  $x$  равно нулю.

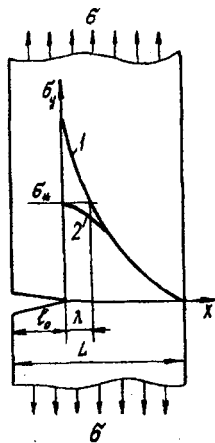


Рис. 13. Краевая трещина при растяжении пластинки в хрупком состоянии: 1 – вблизи трещины в соответствии с математической теорией трещины; 2 – с учетом молекулярных сил сцепления

Согласно уравнению (8), при  $x = 0$ , т. е. в вершине микротрещины,  $\sigma_y = 0$  (рис. 13). Следовательно, трещина при любой нагрузке будет разрушать образец. Однако практика показывает, что трещина начинает расти только при  $\sigma_y$ , превышающем некоторое пороговое значение. При учете молекулярных сил сцепления у вершины трещины, направленных противоположно растяжению, фактическая зависимость  $\sigma = f(x)$ , представленная кривой 2, отклоняется от теоретической (кривая 1) и в вершине трещины ( $x = 0$ ) напряжение становится равным  $\sigma_*$ .

Коэффициент интенсивности напряжений  $K_I$  (для типов разрыва II и III –  $K_{II}$  и  $K_{III}$ ) пропорционален  $\sigma$ , равному  $\sigma_y$  ( $y \rightarrow \infty$ ). Для одноосного нагружения тонкой бесконечной пластинки с внутренней трещиной, расположенной нормально растяжению, имеем

$$K_I = (\pi/2)^{1/2} \sigma \sqrt{l_0}. \quad (9)$$

При квазихрупком состоянии материала в вершине трещины возникает зона пластической деформации (см. рис. 11). Пластическая деформация в вершине трещины ограничивает рост концентрации напряжений. Размер зоны пластичности можно оценить, если определить расстояние от вершины трещины  $\lambda_*$ , на котором упругое напряжение  $\sigma_y$  становится равным пределу текучести  $\sigma_T$ . Подставляя  $\sigma_T = \sigma$ , в уравнение (8), получаем

$$\sigma_T = K_I / \sqrt{2\pi\lambda_*}; \quad \lambda_* = \frac{K_I^2}{2\pi\sigma_T^2} = \frac{c^2 l_0}{2\pi} \left( \frac{\sigma}{\sigma_T} \right)^2, \quad (10)$$

где  $c$  – постоянная, зависящая от вида напряженного состояния при растяжении.

Напряжения и деформации внутри зоны «пластичности» определяются коэффициентом интенсивности напряжений

$$K_{Ic} = c \sigma_p \sqrt{l_0}, \quad (11)$$

где  $\sigma_p$  – разрушающее напряжение.

$K_{rc}$  и  $\sigma_p$  — величины, зависящие от скорости и (или) продолжительности нагружения. Силовой критерий разрушения для плоского напряженного состояния обозначают  $K_c$ , а для растяжения при плоской деформации —  $K_{rc}$ . Если  $\alpha_*$  — удельная энергия разрушения, приходящаяся на единицу поверхности разрушения, то для плоского напряженного состояния

$$\alpha_* = K_c^2 / 2E, \quad (12)$$

а для плоской деформации

$$\alpha_* = K_{rc}^2 (1 - \mu^2) / 2E. \quad (13)$$

Необходимо подчеркнуть, что временные зависимости прочности вязкоупругих тел в механике разрушения получаются при учете временных эффектов неупругой деформации, протекающей особенно сильно в местах перенапряжений.

Существует энергетический метод расчета концентраций напряжений вблизи надреза, учитывающий пластическую деформацию твердых тел и использующий линейное приближение механики разрушения. Энергия деформации, отнесенная к единице объема, около вершины надреза

$$W_* = E \epsilon_*^2 / 2 = \sigma_*^2 / 2E, \quad (14)$$

упругая энергия на единицу объема образца

$$W = E \epsilon^2 / 2 = \sigma^2 / 2E. \quad (15)$$

Следовательно, коэффициент концентрации напряжения

$$\beta = \sigma_* / \sigma = \left( W_* / W \right)^{1/2}. \quad (16)$$

Величина  $W_*$  для целлюлозно-бумажных материалов может быть рассчитана с учетом разрушающего напряжения  $\sigma_p$  (предела прочности):

$$\beta \approx \sigma_p / \sigma. \quad (17)$$

В общем случае при росте трещины один ее тип может переходить в другой (крейз — в трещину разрушения, вязкоупругая трещина — в хрупкую и т. д.).

Трещины «серебра» (крейзы) не являются трещинами в обычном понимании этого слова, так как они заполнены видоизмененным полимерным веществом (см. рис. 12) [22]. Вследствие микронеоднородного строения полимеров перед трещиной в области повышенной деформации происходит расслаивание полимера на микротяжи, между которыми образуются микротрещины, т. е. происходит увеличение объема и уменьшение плотности полимера. Образующиеся трещины имеют следующие особенности: во-первых, размеры крейз не изменяются при раз-

грузке растрескавшегося образца; во-вторых, если крейзы заполняют весь объем образца, модуль упругости и прочность образца изменяются мало, так как створки трещины прочно скреплены микротяжами ориентированного, и поэтому упрочненного, материала.

В теории прочности композитов, армированных дискретными волокнами, используется модель структуры Розена, который ввел понятие волокна с неэффективной длиной [24]. При приложении определенной растягивающей нагрузки такое волокно выдергивается из структуры без изменения длины, т. е. без разрушения. Если неэффективная длина превышает критическое значение  $l_k$ , то в зоне разрушения материала такое волокно не выдергивается, а разрушается. Расчет критической длины волокна осуществляют по уравнению

$$\frac{l^*}{d_f} = \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[ \frac{E_f}{8G_m} \left( \frac{r_b}{r_f} \right) \right]^{1/2} \operatorname{arch} \left[ \frac{1+(1+\varphi)}{2(1-\varphi)} \right], \quad (18)$$

где  $l^*$  — неэффективная длина волокна;

$d_f$  — диаметр волокна;

$E_f$  — модуль упругости волокна;

$G_m$  — модуль сдвига матрицы;

$r_b$  — радиус матрицы, в котором находится волокно;

$r_f$  — радиус волокна;

$\varphi$  — коэффициент, используемый в условии  $\sigma_f = \varphi \sigma_{f\max}$  ( $\sigma_f$ ,  $\sigma_{f\max}$  — напряжение в поперечном сечении волокна и его максимальное значение).

В работе [17] предлагается методика расчета величины критической длины волокна в структуре целлюлозно-бумажных материалов. Для расчета используется уравнение

$$\frac{l_k}{d_b} = \frac{\sigma_{p_0} \left( \frac{1,54}{\rho_1} \right)}{2F_{св} \left( \frac{1,54}{\rho_2} \right)}, \quad (19)$$

где  $l_k$  — критическая длина волокна;

$d_b$  — ширина волокна;

$\sigma_{p_0}$  — разрушающее напряжение при испытании на растяжение при нулевом расстоянии между зажимами разрывной машины;

$F_{св}$  — адгезионная способность волокна (по методу Иванова);

$\rho_1$  и  $\rho_2$  — плотность материала.

Можно предположить, что при растяжении образца целлюлозно-бумажного материала при напряжении выше предела упругости образуется первоначальная крейзоподобная трещина, поверхность которой (в большей степени у краев) соединена с еще не разрушенными волокнами, которые не могут быть выдернуты из структуры.

Таким образом, трещина «серебра» – это клиновидная область расслоившегося и деформированного полимера, подвергшегося вытяжке и упрочнению.

Один из методов измерения вязкости тела, содержащего трещину, вне линейно-упругой области основан на определении энергетического параметра, выражающего изменение потенциальной энергии  $da$  по аналогии с величиной освобождающейся энергии деформации в условиях линейной упругости, т. е. в основе метода лежит  $J$ -интеграл:

$$J = \int_{\Gamma} (W dy - T \frac{du}{dx} ds), \quad (20)$$

где  $\Gamma$  – замкнутый контур, который нужно обойти против часовой стрелки и который ограничивает в напряженном твердом теле некоторую область (рис. 14);

$W$  – энергия деформации единицы объема материала,

$$W = W(x, y) = W(\epsilon) = \int_0^{\epsilon} \sigma_{ij} d\epsilon_{ij}; \quad (21)$$

$T$  – вектор напряжений, перпендикулярный контуру  $\Gamma$  и направленный во внешнюю сторону,  $T_i = \sigma_{ij} n_j$ ;

$u$  – перемещение в направлении  $x$ ;

$ds$  – элемент контура.

Было показано, что если  $\Gamma$  – замкнутый контур, то  $J = 0$ .

Этот интеграл был применен к задачам о трещине [32]. Рассмотрен замкнутый контур  $ABCDEFA$  вокруг вершины трещины (рис. 15, а). Интеграл по этому контуру равен нулю. Поскольку на частях берегов трещины  $CD$  и  $AF$  значения  $T = 0$  и  $dy = 0$ , их вклад в интеграл равен 0. Поэтому интеграл по контуру  $ABC$  должен быть равен (с обратным знаком) интегралу по контуру  $DEF$ . Следовательно, независимо от того, берется ли  $J$ -интеграл по контуру  $ABC$  или  $FED$ , он не зависит от пути интегрирования, т. е.  $J_{\Gamma_1} = J_{\Gamma_2}$  (рис. 15, б). Необходимо подчеркнуть, что этот интеграл берется не по замкнутому контуру:

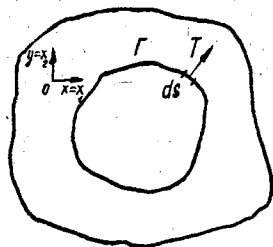


Рис. 14. Иллюстрация к определению  $J$ -интеграла

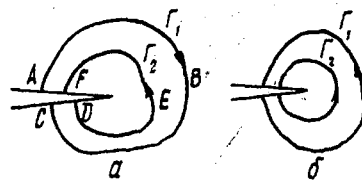


Рис. 15. Контур обхода вершины трещины

пределы интегрирования лежат на краях трещины. Райс показал, что в случае хрупкой трещины

$$J = r \int_{-\pi}^{\pi} [W(r, \theta) \cos \theta - T(r, \theta) \frac{\partial u}{\partial x}(r, \theta)] d\theta. \quad (22)$$

Вычисление приводит к соотношению

$$J = G, \quad (23)$$

где  $G$  – интенсивность выделения упругой энергии.

Очевидно, что при упругом деформировании  $J$ -интеграл эквивалентен интенсивности выделения энергии:

$$J = -dV/da. \quad (24)$$

Здесь  $V$  – потенциальная энергия.

Таким образом,  $J$  – обобщенная функция выделения энергии за счет распространения трещины. Эта функция применима и в случае квазихрупкого состояния, т. е. когда вблизи вершины трещины имеются пластические деформации. Существует критическое значение  $J_{jc}$ , при котором может начаться рост трещин. Считается, что

$$J_{jc} = G_{jc}. \quad (25)$$

Из уравнения (25) следует, что процесс роста трещин, связанный с пластическими деформациями, можно определить по  $J_{jc}$ , зная значение  $G_{jc}$ , которое определяется для случая, когда пластическими деформациями можно пренебречь, и наоборот.

Согласно уравнению (24),  $J$ -интеграл можно найти, получив экспериментальные кривые зависимости усилие–удлинение ( $P - \Delta l$ ) или, как принято в механике разрушения, нагрузка–перемещение ( $P - v$ ). Для этого испытывают образцы, в которых создают трещины величиной  $a$  и  $a+da$  ( $a$  – длина) (рис. 16). Площадь между двумя кривыми равна изменению энергии  $(\partial U/\partial a)da$ , т. е. эта площадь равна  $J$ . Полученные значения  $J$  можно использовать при построении графика зависимости  $J$  от  $a$  или  $v$  (рис. 17). При определенной небольшой длине трещины в случае линейной упругости зависимость  $J$ -интеграла от

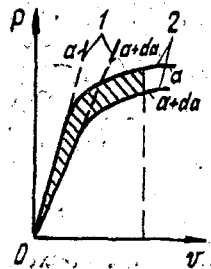


Рис. 16. Зависимость  $P - v$  (Графики (2) имеют начальные линейные участки (1) для образцов с трещинами различной длины  $a$  и  $a + da$ .)



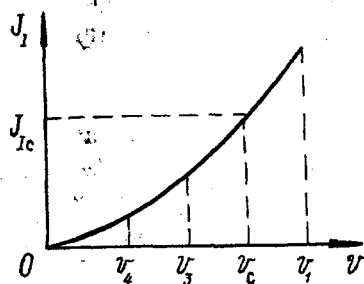


Рис. 17. Изменение  $J$ -интеграла в зависимости от величины перемещения  $v$

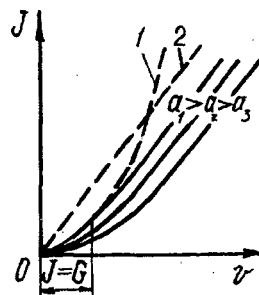


Рис. 18. Экспериментальное определение  $J$ -интеграла при наличии упругих (1) и пластических (2) деформаций

смещения выражается уравнением параболы. В результате возникновения пластической зоны у вершины трещины эта зависимость приобретает линейный характер (рис. 18). Таким образом, в реальных образцах происходит переход от линейной упругости при низких нагрузках к пластичности при нагрузках, вызывающих нелинейное изменение зависимости. По точке перегиба на кривой  $J-v$  можно установить момент этого перехода. При использовании  $J$ -интеграла требования к размерам образца и его толщине не такие строгие, как в случае применения тестов на определение  $G_{Ic}$  или  $K_{Ic}$ . Это позволяет найти  $J_{Ic}$  из результатов испытаний образца малых размеров.

Для оценки процесса раскрытия трещины в структуре бумаги Irwin, Seth и Page предложили в работах, опубликованных в 1960–1979 гг., воспользоваться положениями линейной упругой механики разрушения. Rice, Steadman и Fellers позже сделали вывод, что для практического применения линейной упругой механики разрушения размер образцов должен быть очень большим. Авторы работы [22] пришли к заключению, что, во-первых, интенсивный рост трещины в структуре бумаги начинается при нагрузке, составляющей 71...79 % от разрушающей; во-вторых, величина зоны воздействия составляет 35...50 % от длины трещины в зависимости от направления испытания (при испытании в направлении, поперечном машинному, размер зоны воздействия увеличивается); в-третьих, на краю трещины имеет место пластическая деформация, обусловленная разрушением межволоконных сил связи и наименее прочных волокон внутри зоны воздействия. Сделан вывод, что для оценки вязкоупругости материала, содержащего трещину вне линейно-упругой области, предпочтительно использовать энергетический параметр –  $J$ -интеграл.

В работе [29] утверждается, что нормальный отрыв при растяжении (тип I, см. рис. 8) наблюдается в большинстве случаев при переработке и использовании различных видов бумаги и картона; скол при

продольном сдвиге (тип II) – как сдвиговое продавливание внутри рулона бумаги; раздир при поперечном сдвиге (тип III) – при нагрузках, типичных для процесса разрезания.

Для оценки вязкости бумаги при разрушении с образованием трещины типа I фирма «Lorenzen and Wettre» [30] предлагает прибор (по каталогу тип SE 063) в исследовательской версии. Образец должен иметь длину между зажимами 100 мм и ширину 50 мм. В центре его делают разрез лезвием бритвы, закрепленной в небольшом пробойнике. Скорость приложения нагрузки при испытаниях составляет 1,67 мм/с. Расчеты выполняются с помощью компьютера.

Метод определения вязкости при разрушении специалисты фирмы считают суперметодом прогнозирования образования трещин в бумаге и картоне. Этот метод имеет потенциальные возможности для характеристики механической деградации бумаги в результате старения, прохождения в печатных машинах, в различных ситуациях переработки, когда имеют место напряжения в плоскости листа.

Таким образом, экспериментальное значение  $J$ -интеграла можно найти из кривых зависимости  $P - \Delta l$ , полученных при испытании образцов бумаги с трещинами размерами  $a$  и  $a + da$ . Разность значений энергий разрушения образцов с трещинами различной длины обозначим  $U$ . Определяемая величина вязкости разрушения рассчитывается по уравнению

$$J_I = \frac{U}{(a + da) - a}, \quad (26)$$

т. е. эта энергия необходима для распространения трещины на расстояние  $da$ . Проведя серию опытов на образцах, имеющих трещины различной длины (соответственно различной  $\Delta l$ ), строят кривую зависимости  $J_I - v$  ( $v = \Delta l$ ) и определяют критическое смещение. Критерий трещиностойкости описывается уравнением

$$J = J_{Ic} \quad (27)$$

Для бумаги имеем  $J_{Ic}^b = J_{Ic} \delta$ , где  $\delta$  – толщина бумаги. Индекс трещиностойкости бумаги при разрушении рассчитывают как

$$J_{Ic}^W = J_{Ic} \delta / W,$$

где  $W$  – масса образца.

Структура бумаги, как и любого другого материала, содержит дефекты, которые являются причиной снижения величины разрушающего напряжения. В первом приближении к дефектам можно отнести трещины кромки полотна, складки кромки полотна, костру и узелки волокон в структуре, которые вызывают возникновение трещиноподобных дефектов при натяжении полотна бумаги в процессах прессования, сушки и каландрирования.

Использованность получить ин о размерах трещин чине критической н ляет принять м (уменьшение их, ра большей длиной, и мощью оптимизаци магоделательных м В случае, когда ма можно использова (например макулат

Авторы раб сопротивление матер бота, отнесенная процессе распростра ным свойством мат

На кафедре технического унив вместить разрывну граммное обеспече

[1]. Алекса рушения. - Л.; М.: ГТ Трещиностойкость 1991. - 336 с. [3]. Б процессов целлюлоз 192 с. [4]. Бартене М.: Химия, 1984. - 2 рыва полимеров // [6]. Броек Д. Осн [7]. Бумажная промь лен Д.В. Свойств 414 с. [9]. Гуль В. 327 с. [10]. Данил пром-сть, 1979. - 216 вания целлюлозно-б 1987. - 228 с. [12]. I определения модуля (УРОМС) - ЦНИИБ тематическая обраб ченных при испыта Лесн. журн. - 1995. [14]. Комаров В механических свойс № 6. - С. 85 - 90. - (И заков Я.В. Опр

вание внутри ру-  
- при нагрузках,

с образованием  
редлагает прибор  
Образец должен  
В центре его де-  
шом пробойнике  
гавляет 1,67 мм/с.

специалисты фир-  
ания трещин в бу-  
зможности для ха-  
зультате старения,  
уациях переработ-

$J$ -интеграла можно  
испытаний образ-  
ость значений энер-  
ины обозначим  $U$ .  
итывается по урав-

(26)

трещины на расстоя-  
щих трещины раз-  
г кривую зависимо-  
ние. Критерий тре-

(27)

на бумаги. Индекс  
ывают как

материала, содержит  
еличины разрушаю-  
стам можно отнести  
на, костру и узелки  
ловение трещинопо-  
в процессах прессо-

Использование метода определения  $J$ -интеграла дает возмож-  
ность получить информацию, во-первых, при известном типе нагрузки  
о размерах трещины, которая вызовет разрушение; во-вторых, о вели-  
чине критической нагрузки (если известен размер дефектов), что позво-  
ляет принять меры, увеличивающие сопротивление дефектам  
(уменьшение их размеров, введение в композицию бумаги волокон с  
большой длиной, изменение свойств волокон в смеси, например с по-  
мощью оптимизации процесса размола), а также для модернизации бу-  
магоделательных машин с целью снизить флаттер бумажного полотна.  
В случае, когда материал обладает излишней трещиностойкостью, воз-  
можно использование в композиции менее дорогостоящего волокна  
(например макулатуры) или снижение массы  $1 \text{ м}^2$ .

Авторы работы [33], отмечают, что трещиностойкость, т. е. со-  
противление материала развитию трещины, которое измеряется как ра-  
бота, отнесенная к единице площади поверхности, образующейся в  
процессе распространения трещины, является таким же фундаменталь-  
ным свойством материала, как и модуль упругости.

На кафедре технологии ЦБП Архангельского государственного  
технического университета проведены исследования, позволившие со-  
вместить разрывную машину типа ЗМ с ПВЭМ, и разработано про-  
граммное обеспечение [13] для определения величины  $J$ -интеграла.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Александров А. П., Журков С. Н. Явление хрупкого раз-  
рушения. - Л.; М.: ГТТИ, 1933. - 35 с. [2]. Бабаевский П. Г., Кулик С. Г.  
Трещиностойкость отвержденных полимерных композиций. - М.: Химия,  
1991. - 336 с. [3]. Бабуринов С. В., Киприянов А. И. Реологические основы  
процессов целлюлозно-бумажного производства. - М.: Лесн. пром-сть, 1983. -  
192 с. [4]. Бартенев Г. М. Прочность и механика разрушения полимеров. -  
М.: Химия, 1984. - 280 с. [5]. Бартенев Г. М. Прочность и механизм раз-  
рыва полимеров // Успехи химии. - 1955. - Т. XXIV, вып. 7. - С. 815 - 841.  
[6]. Брок Д. Основы механики разрушения. - М.: Высш. шк., 1980. - 368 с.  
[7]. Бумажная промышленность. - 1991. - № 3. - С. 1 - 32. [8]. Ван Кревел-  
лен Д. В. Свойства и химическое строение полимеров. - М.: Химия, 1976. -  
414 с. [9]. Гуль В. Е. Структура и прочность полимеров. - М.: Химия, 1978. -  
327 с. [10]. Данилевский В. А. Картонная и бумажная тара. - М.: Лесн.  
пром-сть, 1979. - 216 с. [11]. Ерыхов Б. П. Неразрушающие методы исследо-  
вания целлюлозно-бумажных и древесных материалов - М.: Лесн. пром-сть,  
1987. - 228 с. [12]. Ерыхов Б. П. и др. Установка для резонансного метода  
определения модуля сдвига целлюлозно-бумажных и пленочных материалов  
(УРОМС) - ЦНИИБ; 1982. - 13 с. [13]. Казаков Я. В., Комаров В. И. Ма-  
тематическая обработка кривых зависимости напряжение-деформация, полу-  
ченных при испытании целлюлозно-бумажных материалов на растяжение //  
Лесн. журн. - 1995. - № 1. - С. 109 - 114. (Изв. высш. учеб. заведений).  
[14]. Комаров В. И., Личутина Т. Ф. Лабораторная оценка физико-  
механических свойств сульфатной небеленой целлюлозы // Лесн. журн. - 1985. -  
№ 6. - С. 85 - 90. - (Изв. высш. учебн. заведений). [15]. Комаров В. И., Ка-  
заков Я. В. Определение времени релаксации напряжения целлюлозно-

бумажных материалов из статических кривых  $\sigma$ - $\epsilon$  при деформировании и нагружении с постоянной скоростью // Лесн. журн. - 1993. - № 5 - 6. - С. 130 - 133. - (Изв. высш. учеб. заведений). [16]. Комаров В.И., Казаков Я.В. Расчет коэффициента Пуассона при испытании на растяжение целлюлозно-бумажных материалов // Лесн. журн. - 1993. - № 5 - 6. - С. 133 - 136. - (Изв. высш. учеб. заведений). [17]. Комаров В.И. «Критическая» длина волокна - фактор, определяющий деформативность и прочность целлюлозно-бумажных материалов // Лесн. журн. - 1993. - № 4. - С. 79-83. - (Изв. высш. учеб. заведений). [18]. Комаров В.И. Применение статистической теории прочности при испытании целлюлозных материалов // Бум. пром-сть. - 1987. - № 3. - С. 13 - 14. [19]. Нейбер Г. Концентрация напряжений. - М.: Гостехиздат, 1947. - 204 с. [20]. Нотт Дж. Основы механики разрушения. - М.: Металлургия, 1978. - 256 с. [21]. Ржаницын А.Р. Теория ползучести. - М.: Стройиздат, 1968. - 418 с. [22]. Степанов Р.Д., Шленский О.Ф. Введение в механику полимеров. - Саратов: Изд-во Саратовского ун-та, 1975. - 231 с. [23]. Фляте Д.М. Бумага // Энциклопедия полимеров. - М.: Советская энциклопедия, 1972. - Т. 1. - С. 292 - 296. [24]. Фудзии Т., Дзако М. Механика разрушения композитных материалов. - М.: Мир, 1982. - 232 с. [25]. Энциклопедия полимеров. Том 2. - М.: Советская энциклопедия, 1974. - 1032 с. [26]. Brecht W., Gättsching L., Baumgarten H. Beiträge zur Rheologie des Papiers // Das Papier. - 1971. - N 10. - S. 569 - 582. [27]. Casey I.P. Pulp and paper // Chemistry and chemical technology. Vol. III. - Awiley-Interscience Publication, New York, 1989 - 1990. - P. 1447 - 1943. [28]. Choi D., Thorpe J.L. Progressive deformation at the crack tip in paper during Mode I fracture. Part I - bond paper // Tappi Journal. - 1992. - N 10. - P. 127 - 134. [29]. Fellers C. Fracture toughness a new paper property // Paper Testing and Processes Optimization. Catalog. - Lorentzen and Wettre, 1994. - P. 92 - 98. [30]. Paper Testing and Process Optimization. Catalog. - Lorentzen and Wettre, 1994. - 200 p. [31]. Poppel E. Rheologie und Elektrokinetische Vorgänge in der Papiertechnologie. - Leipzig: VEB Fachbuchverlag, 1977. - 295 s. [32]. Rice J.D. A path independent integral and the approximate analysis of strain concentrations by notches and cracks // J. Appl. Mech. - 1968. - P. 379 - 386. [33]. Seth R.S. Measurement of in-plane fracture toughness of paper // Tappi Journal. - 1995. - N 10. - P. 177 - 183. [34]. Seth R.S., Page D.H. Fracture resistance: a failure criterion for paper // Tappi. - 1975. - 58, N 9. - P. 112 - 117. [35]. Skowronski J., Robertson A.A. A Phenomenological study of the tensile deformation properties of paper // International Paper Physics Conference; 1983 / Tappi Proceeding. - P. 95 - 103. [36]. Skowronski J., Schwarcsztajn E. Bandania lepko-sprezysto-plastycznych wlasciwosci papieri. Czesc II Ystota sprezystosci i lepko-sprezystosci papieru // Przegląd papirniczy. - 1980. - N 9. - P. 321 - 326. [37]. Skowronski J., Schwarcsztajn E. Nowy sposob interpretowania sprezystosci papieru na podstawie jego charakterystyki wytrzy malosuowe // Przegląd papirniczy. - 1975. - N 2. - S. 45 - 49. [38]. Store S. Opis zachowania sie papierow za pomoca modeli reologicznych // Przegląd Papierniczy. - 1984. - N 11. - P. 382 - 384. [39]. Vidova M., Novak E. Reologicke studium papiera, 2. Reologia papierov s pridavkom nevazobnych vlakun // Papir a cellulosa. - 1975. - N 7 - 8. - P. 35 - 39. [40]. Waterhouse I.F. The mechanical properties of paper // Pulp and Paper Manufacture. - Tappi, Atlanta, GA, USA. 30348. - Vol. 9. - P. 5113.

Поступила 17 июня 1996 г.