

## МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ И ДРЕВЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 621.935

***Г.Ф. Прокофьев, И.И. Иванкин***

Прокофьев Геннадий Федорович родился в 1940 г., окончил в 1964 г. Архангельский лесотехнический институт, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики Архангельского государственного технического университета, академик РАЕН. Имеет более 200 печатных работ в области прикладной механики и интенсификации переработки древесины путем совершенствования лесопильного оборудования и дереворежущего инструмента.



Иванкин Илья Игоревич родился в 1971 г., окончил в 1994 г. Архангельский лесотехнический институт, старший преподаватель кафедры машин и оборудования лесного комплекса Архангельского государственного технического университета. Имеет около 20 печатных работ в области лесопильного оборудования и инструмента.



## УСТОЙЧИВОСТЬ ПИЛЫ ЛЕНТОЧНОПИЛЬНОГО СТАНКА С КРИВОЛИНЕЙНЫМИ АЭРОСТАТИЧЕСКИМИ НАПРАВЛЯЮЩИМИ

Приведены результаты теоретических исследований устойчивости пилы ленточнопильного станка нового типа. При выводе формулы критической силы энергетическим методом рассмотрен случай, когда протяженность распределенной нагрузки, равная высоте пропила, может составлять часть свободной длины пилы.

ленточнопильные станки, устойчивость пилы, аэростатические направляющие, энергетический метод расчета.

Значительного повышения эффективности пиления древесины можно достигнуть при использовании ленточнопильного станка с пилой, движущейся по криволинейным аэростатическим направляющим [2, 3]. Общий вид станка приведен на рис. 1.

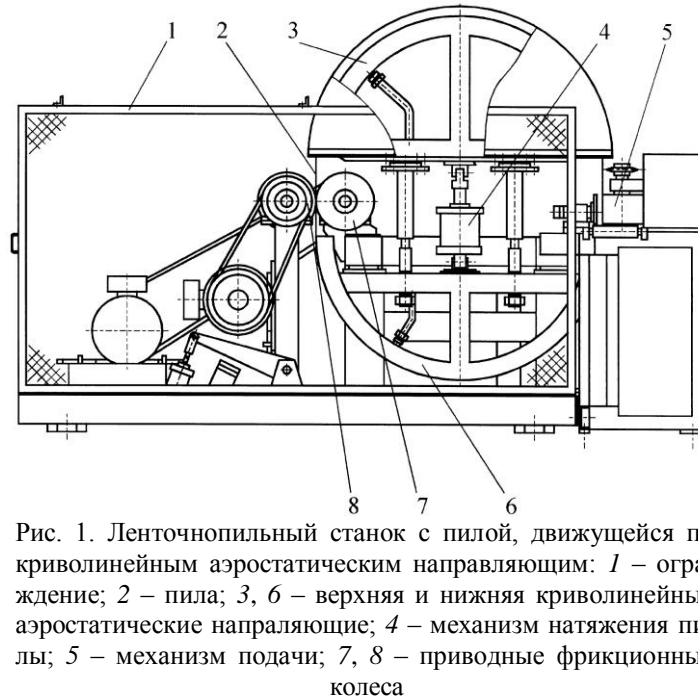


Рис. 1. Ленточнопильный станок с пилой, движущейся по криволинейным аэростатическим направляющим: 1 – ограждение; 2 – пила; 3, 6 – верхняя и нижняя криволинейные аэростатические направляющие; 4 – механизм натяжения пилы; 5 – механизм подачи; 7, 8 – приводные фрикционные колеса

Одно из существенных преимуществ ленточнопильного станка нового типа – снижение в несколько раз свободной длины пилы, а следовательно, повышение ее устойчивости и точности пиления. Для оценки эффективности этого способа совершенствования ленточнопильных станков и расчета режимов пиления необходимо изучить устойчивость ленточной пилы, которая характеризуется критической силой.

В работе [4] приведены результаты теоретических исследований устойчивости рамных и ленточных пил в направляющих. Нагрузка, действующая на полотно пилы в плоскости наибольшей жесткости, принята равномерно распределенной между направляющими. Установлено, что заменяя сосредоточенную нагрузку на распределенную, получаем критическую силу с большой погрешностью.

При выводе формулы критической силы в работе [4] протяженность равномерно распределенной нагрузки (высота пропила  $h$ ) принята равной расстоянию между направляющими. Это частный (крайний) случай.

У ленточнопильного станка с криволинейными направляющими при заданном расстоянии между ними, которое определяет свободную длину пилы  $l$ , высота пропила не равна  $l$ , а составляет ее часть, т. е.  $h \leq l$ .

В данной работе ставится цель рассмотреть этот более общий случай, соответствующий реальным условиям пиления.

Критическую силу пилы определяем энергетическим методом, который при своей простоте обладает достаточной для практики точностью (рис. 2).

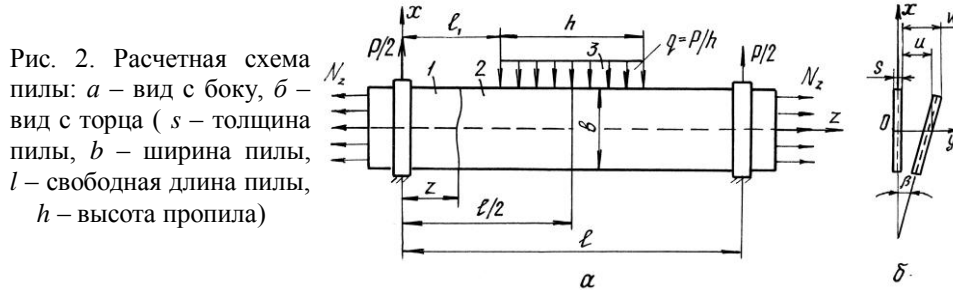


Рис. 2. Расчетная схема пилы: *a* – вид с боку, *б* – вид с торца (*s* – толщина пилы, *b* – ширина пилы, *l* – свободная длина пилы, *h* – высота пропила)

В момент потери пилы устойчивости справедливо равенство

$$U = W, \tag{1}$$

где *U* – потенциальная энергия деформации изгиба и кручения пилы;

*W* – работа, совершаемая силами в срединной плоскости.

Работа сил в срединной плоскости определяется по формуле Брайана [5]. О возможности применения этой формулы при исследовании устойчивости полосы указывается в [1]. Для рассматриваемого случая имеем:

$$W = -\frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^l \left[ N_z \left( \frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 N_{xz} \frac{\partial w}{\partial z} \frac{\partial w}{\partial x} \right] dx dz, \tag{2}$$

где *b* – ширина полотна пилы;

*N<sub>z</sub>* – нормальные усилия, приходящиеся на единицу ширины полотна пилы, действующие по оси *z*;

*N<sub>xz</sub>* – касательные усилия, приходящиеся на единицу ширины полотна пилы;

*w* – прогиб полотна пилы в плоскости наименьшей жесткости.

Рассмотрим действующие на участке 1–2 (рис. 2) усилия: нормальные

$$N_z = \frac{P s x z}{2 J_z} + \frac{N}{b}, \tag{3}$$

где  $J_z = \frac{s b^3}{12}$  – момент инерции сечения пилы в плоскости наибольшей жесткости, мм<sup>4</sup>;

*s* – толщина пилы, мм;

касательные

$$N_{xz} = \frac{3 P}{4 b} \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right). \tag{4}$$

Рассмотрим действующие на участке 2–3 (рис. 2) усилия: нормальные

$$N_z = \frac{P s x z}{2 J_z} - \frac{q s x (z^2 - 2 z l_1 + l_1^2)}{2 J_z} + \frac{N}{b}; \tag{5}$$

касательные

$$N_{xz} = \frac{3 P}{4 b} \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) - \frac{3 q}{2 b} \left( -l_1 \right) \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right). \tag{6}$$

Деформацию полотна пилы при потере устойчивости представим в следующем виде:

для прогиба оси пилы

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} \bar{u}_n \sin \frac{n\pi z}{l};$$

для угла закручивания

$$\beta = \sum_{n=1}^{n=\infty} \bar{\beta}_n \sin \frac{n\pi z}{l}.$$

Прогиб любой точки полотна пилы:

$$w = u + \beta x = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left( \bar{u}_n \sin \frac{n\pi z}{l} + \bar{\beta}_n x \sin \frac{n\pi z}{l} \right). \quad (7)$$

Расчеты показывают, что, принимая только первый член ряда (7), имеем ошибку при расчете критической силы не более 5 ... 6 %, что приемлемо для практических расчетов [1].

Уравнение прогибов представляем в виде

$$w = \left( \bar{u} + \bar{\beta} x \right) \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (8)$$

Дифференцируя (8), получаем

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\pi}{l} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \cos \frac{\pi z}{l}, \quad (9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \bar{\beta} \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (10)$$

После подстановки в формулу (2) выражений (3) – (10) имеем:

$$\begin{aligned} W = & \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{l_1} \frac{P s x z}{2 J_z} \frac{\pi^2}{l^2} (\bar{u}^2 + 2 \bar{u} \bar{\beta} x + \bar{\beta}^2 x^2) \cos^2 \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + \int_{-b/2}^{b/2} \int_{l_1}^{l/2} \left[ \frac{P s x z}{2 J_z} - \frac{q s x (z^2 - 2 z l_1 + l_1^2)}{2 J_z} \right] \frac{\pi^2}{l^2} (\bar{u}^2 + 2 \bar{u} \bar{\beta} x + \bar{\beta}^2 x^2) \cos^2 \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + 2 \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{l_1} \frac{3 P}{4 b} \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) \frac{\pi}{l} \bar{\beta} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \sin \frac{\pi z}{l} \cos \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + 2 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{l_1}^{l/2} \frac{3 P}{4 b} \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) - \frac{3 q (z - l_1)}{2 b} \left( 1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) \frac{\pi}{l} \bar{\beta} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \sin \frac{\pi z}{l} \cos \frac{\pi z}{l} dx dz - \\ & - \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{l/2} \frac{N}{b} \frac{\pi^2}{l^2} (\bar{u}^2 + 2 \bar{u} \bar{\beta} x + \bar{\beta}^2 x^2) \cos^2 \frac{\pi z}{l} dx dz. \end{aligned}$$

Учитывая, что  $P = qh$  и интегрируя с выполнением необходимых преобразований, получаем:

$$W = P \bar{u} \bar{\beta} \left( \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} \right) - \frac{P}{h} \bar{u} \bar{\beta} \left( \frac{\pi^2 l}{48} - \frac{\pi^2 l_1^3}{6 l^2} - \frac{l}{8 \pi} \sin \frac{2\pi l_1}{l} + \frac{l}{8} - \frac{\pi^2 l_1}{8} - \frac{3 l_1}{4} + \right. \\ \left. + \frac{\pi^2 l_1^2}{4 l} + \frac{l_1}{2} \cos \frac{2\pi l_1}{l} + l_1 \sin^2 \frac{\pi l_1}{l} \right) - \\ - \frac{\pi^2 N}{4 l} \left( \bar{u}^{-2} + \bar{\beta}^{-2} \frac{b^2}{12} \right). \quad (11)$$

Величина критической силы  $P_{кр}$  зависит от расположения точки ее приложения. В полученном уравнении работы внутренних сил не учтено, что нагрузка приложена к режущей кромке пилы, а не в центре поперечного сечения. Необходимо определить дополнительную работу, учитывающую понижение нагрузки при потере пилой устойчивости.

Возьмем элемент  $dz$  (рис. 2, б), расположенный на расстоянии  $z$  от левой опоры. Угол поворота сечения пилы у этого элемента  $\beta = \bar{\beta} \sin \frac{\pi z}{l}$ .

Понижение нагрузки  $a$  при повороте пилы на угол  $\beta$

$$a = \frac{b}{2} (1 - \cos \beta) \approx \frac{b}{4} \beta^2 = \frac{b}{4} \bar{\beta}^2 \sin^2 \frac{\pi z}{l}.$$

Нагрузка, действующая на элемент пилы длиной  $dz$ , равна  $\frac{P}{h} dz$ .

Дополнительная работа за счет понижения нагрузки

$$W = 2 \int_{l_1}^{l/2} \frac{P}{h} \frac{b}{4} \bar{\beta}^2 \sin^2 \frac{\pi z}{l} dz = \frac{P b \bar{\beta}^2}{4} \left( \frac{l/2 - l_1}{h} + \frac{l}{2 \pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} \right). \quad (12)$$

Так, полная работа внутренних сил в срединной плоскости

$$W = P \bar{u} \bar{\beta} \left( \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} \right) - \frac{P}{h} \bar{u} \bar{\beta} \left( \frac{\pi^2 l}{48} - \frac{\pi^2 l_1^3}{6 l^2} - \frac{l}{8 \pi} \sin \frac{2\pi l_1}{l} + \frac{l}{8} - \frac{\pi^2 l_1}{8} - \frac{3 l_1}{4} + \right. \\ \left. + \frac{\pi^2 l_1^2}{4 l} + \frac{l_1}{2} \cos \frac{2\pi l_1}{l} + l_1 \sin^2 \frac{\pi l_1}{l} \right) + \frac{P b \bar{\beta}^2}{4} \left( \frac{l/2 - l_1}{h} + \frac{l}{2 \pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} \right) - \frac{\pi^2 N}{4 l} \left( \bar{u}^{-2} + \bar{\beta}^{-2} \frac{b^2}{12} \right). \quad (13)$$

Энергия изгиба и кручения пилы определяется по формуле [3]

$$U = \frac{\pi^4}{4 l^3} B \bar{u}^{-2} + \frac{\pi^2}{4 l} C \bar{\beta}^2, \quad (14)$$

где  $B = EJ_x$  – изгибная жесткость пилы, Н · мм<sup>2</sup>;

$E$  – модуль упругости материала пилы,  $E = 2,1 \cdot 10^5$  Н/мм<sup>2</sup>;

$J_x = \frac{b s^3}{12}$  – момент инерции сечения пилы при изгибе, мм<sup>4</sup>;

$C = GJ_k$  – крутильная жесткость пилы, Н · мм<sup>2</sup>;

$G$  – модуль сдвига материала пилы,  $G = 8 \cdot 10^4$  Н/мм<sup>2</sup>;

$J_k \approx \frac{b s^3}{3}$  – момент инерции сечения пилы при кручении, мм<sup>4</sup>.

Приравняв  $U = W$ , т. е. правые части уравнений (14) и (13), находим

$$P = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left[ \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) \frac{\bar{u}}{\bar{\beta}} + \left( \frac{N b^2}{12} + C \right) \frac{\bar{\beta}}{\bar{u}} \right]}{A + \frac{\bar{\beta}}{\bar{u}} B}, \quad (15)$$

$$\text{где } A = \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} - \frac{\pi^2 l}{48 h} + \frac{\pi^2 l_1^3}{6 h l^2} + \frac{l}{8 \pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l}{8 h} + \frac{\pi^2 l_1}{8 h} + \frac{3 l_1}{4 h} - \frac{\pi^2 l_1^2}{4 h l} - \frac{l_1}{2 h} \cos \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l_1}{h} \sin^2 \frac{\pi l_1}{l}; \quad (16)$$

$$B = \frac{b(2-l_1)}{4h} + \frac{bl}{8\pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l}. \quad (17)$$

Обозначим  $\frac{\bar{u}}{\bar{\beta}} = y$ . Тогда

$$P = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left[ \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) y^2 + \left( \frac{N b^2}{12} + C \right) \right]}{A y + B}. \quad (18)$$

Величину критической силы определим из условия  $\frac{dP}{dy} = 0$ , т. е.

$$\frac{dP}{dy} = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left[ 2y \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) - A y^2 \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) - A \left( \frac{N b^2}{12} + C \right) \right]}{(A y + B)^2} = 0.$$

Откуда

$$y = \sqrt{\frac{B^2 + \left( \frac{N b^2}{12} + C \right)}{A^2 + \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)}} - \frac{B}{A}. \quad (19)$$

Подставляя  $y$  из формулы (19) в уравнение (18) и делая соответствующие преобразования, получаем формулу критической силы

$$P_{\text{кр}} = (q h)_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) B}{2 l A^2} \left( \sqrt{1 + \frac{A^2 \left( \frac{N b^2}{12} + C \right)}{B^2 \left( N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)}} - 1 \right). \quad (20)$$

В случае сосредоточенной нагрузки ( $h = 0$  и  $l_1 = 1/2$ ) имеем  $A = \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4}$  и  $B = \frac{b}{4}$ , в случае распределенной нагрузки по всей свободной длине пила ( $h = 1$  и  $l_1 = 0$ ) –  $A = \frac{\pi^2}{24} + \frac{1}{8}$  и  $B = \frac{b}{8}$ . Подставляя значения  $A$  и  $B$ ,

Высота пропила $h$ , мм	Значения $P_{кр}$ , кН, при $N$ , кН				
	2	3	4	5	6
0	0,792	0,994	1,190	1,383	1,575
100	0,825	1,037	1,242	1,444	1,644
200	0,931	1,173	1,407	1,637	1,865
300	1,125	1,422	1,709	1,991	2,271
400	1,425	1,805	2,172	2,533	2,890

полученные из выражений (16) и (17), в формулу (20), получаем формулы для расчета критической силы при сосредоточенной и равномерно распределенной нагрузке по всей свободной длине пилы, приведенные в работах [2, 4].

Проведем расчет  $P_{кр}$  на примере ленточной пилы, имеющей параметры, характерные для делительного ленточнопильного станка с криволинейными аэростатическими направляющими:  $s = 1$  мм;  $b = 110$  мм;  $l = 400$  мм;  $E = 2,15 \cdot 10^5$  МПа;  $G = 8,1 \cdot 10^4$  МПа. В таблице приведены результаты расчетов на компьютере с использованием математического пакета Mathcad PLUS 6.0. при разных значениях высоты пропила  $h$  и силы натяжения  $N$ .

По данным таблицы построены (рис. 3) зависимости, отражающие влияние высоты пропила  $h$  и силы натяжения  $N$  на  $P_{кр}$ .

Полученные результаты расчетов показывают большое влияние распределенности нагрузки на устойчивость пилы. Замена распределенной по высоте пропила нагрузки на сосредоточенную при определении критической силы дает погрешность, которая может достигать 40 ... 50 %.

Формулу для сосредоточенной нагрузки можно использовать для оценки относительной эффективности мероприятий, направленных на повышение устойчивости ленточных пил. При расчете режимов пиления древесины необходимо учитывать распределенность по высоте пропила нагрузки, действующей на пилу.

Кроме того, полученная формула критической силы позволяет учесть тот факт, что высота пропила и длина распределенной нагрузки может быть выражена в долях от свободной длины пилы, что повысит точность расчетов.

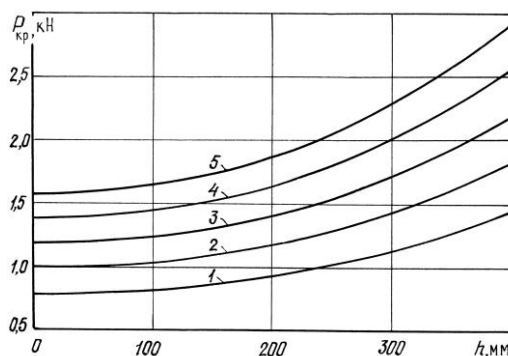


Рис. 3. Зависимость критической силы  $P_{кр}$  ленточной пилы от длины распределенной нагрузки (высота пропила)  $h$  ( $s = 1$  мм,  $b = 110$  мм,  $l = 400$  мм) и силы натяжения  $N$ : 1 –  $N = 2$  кН, 2 – 3, 4 – 5, 5 – 6 кН

Приведенные материалы могут быть использованы для оценки преимуществ ленточнопильного станка нового типа, расчета режимов пиления древесины на нем и определения путей дальнейшего совершенствования его конструкции.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Бернштейн М.С.* Теорема о работе внешних сил на конечных перемещениях и ее применение к задачам об устойчивости упругого равновесия // Расчет пространственных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1962. – Вып. 7. – С. 281–292.
2. *Прокофьев Г.Ф.* Интенсификация пиления древесины рамными и ленточными пилами. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 240 с.
3. *Прокофьев Г.Ф.* Ленточнопильный станок с пилой, движущейся на воздушной подушке // Лесн. пром-сть. – 1994. – № 2. – С. 9–10.
4. *Прокофьев Г.Ф.* Устойчивость рамных и ленточных пил в направляющих // Совершенствование конструкций и методов подготовки и эксплуатации режущего инструмента и лесопильно-деревообрабатывающего оборудования: Науч. тр. ЦНИИМОД. – 1977. – С. 43–48.
5. *Тимошенко С.П.* Устойчивость упругих систем. – 2-е изд. – М.: Гостехиздат, 1955. – 567 с.

Архангельский государственный технический университет

Поступила 29.10.98

*G.F. Prokofjev, I.I. Ivankin*

#### **Stability of the Saw of Band Sawing Machine with Curvilinear Aero-static Guides**

The results of the theoretical analysis of the saw stability of the band-sawing machine of a new type are presented. When deriving the formula of the critical load by the strain-energy method the case is described when the length of the distributed load equal to the cutting depth, may constitute a part of the unsupported length of the saw.