

Как показано в работе [2], имеются неровности критической длины, для которых значение  $P_{кр}$  минимально. Используя условие  $\partial P_{кр}/\partial z_0 = 0$  и применяя его к уравнению (15), т. е. дифференцируя его по  $kz_0$ , получим, что  $\min P_{кр}$  соответствует условию  $kz_0 = 2,63$ . Подставляя это значение в формулу (18), получим:

$$\min P_{кр} = \sqrt{\frac{\Pi q_1 EI}{1,64 f_0}} \quad (19)$$

Зависимости  $\min P_{кр}$  от  $\alpha$  для различных  $m$  при  $q_2 = 9$  Н/см,  $EI = 32 \cdot 10^8$  Н · см<sup>2</sup> и  $f_0 = 0,3$  см приведены на рис. 4. Можно отметить, что по мере увеличения  $m$  и  $\alpha$  степень уменьшения  $\min P_{кр}$  возрастает. В этих условиях длина участка искривления перед выбросом увеличивается. Так, для  $m = 10$  при  $\alpha = 0$  значение  $l$  составляет 456 см, а при  $\alpha = 1 - 812$  см, что равно длине одного звена рельса типа Р24. Изменяются также параметры, в частности, длина критической неровности (для рассматриваемого случая от 280 до 680 см). Степень асимметрии волны искривления возрастает.

Графики на рис. 4 относятся к случаю ослабления части пути при проведении ремонтных работ. На рис. 5 показаны графики изменения  $\min P_{кр}$  для другого случая — устойчивости пути под поездом, когда вследствие действия вертикальной нагрузки сопротивление части шпал поперечному сдвигу возрастает. В принципе графики на рис. 4 и 5 имеют одинаковую закономерность изменения  $\min P_{кр}(\alpha)$ , не являются косимметричными.

Полученные расчетные зависимости позволяют оценить влияние асимметрии сил сопротивления на устойчивость температурно-напряженного железнодорожного пути. С их помощью можно решать различные практические задачи по расчету устойчивости рельсошпальной решетки при проведении ремонтных работ и под поездом.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Бесстыковой путь. В. Г. Альбрехт, Е. М. Бромберг, Н. Б. Зверев и др. — М.: Транспорт, 1982. — 206 с. [2]. Морозов С. И. О критерии устойчивости железнодорожного пути. — Тр./ АЛТИ, 1971, вып. 27, с. 60—67. [3]. Морозов С. И. Аналитическое определение критической силы для температурно-напряженного железнодорожного пути на прямых участках. — Изв. высш. учеб. заведений. Лесн. журн., 1982, № 5, с. 46—54. [4]. Першин С. П. Методы расчета устойчивости бесстыкового пути. — Тр./ МИИТ, 1962, вып. 147, с. 28—96.

Поступила 9 июня 1986 г.

УДК 629.1.073

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КУРСОВОГО ДВИЖЕНИЯ ЛЕСОВОЗНОГО АВТОПОЕЗДА

В. Г. ПУЗАНОВ, Н. И. БИБЛЮК

Львовский лесотехнический институт

Математическое моделирование процессов движения транспортных средств позволяет уже на стадии проектирования оценить совершенство их конструкции в соответствии с требованиями безопасности движения в общем транспортном потоке.

Существующие математические модели криволинейного курсового движения автопоездов общего назначения [3, 10, 11] не могут в полной мере быть применимы для лесовозных автопоездов-ропусков, отличаю-

щихся структурными особенностями, характером кинематических [7] и силовых [6, 8] взаимодействий их звеньев, а также наличием упругого груза в виде пакета хлыстов.

Задача данного исследования — разработка пространственной математической модели криволинейного курсового движения связанной динамической системы дорога — шина — тягач-ропуск — пакет хлыстов, учитывающей специфику кинематико-силовых взаимодействий ее элементов и позволяющей решать задачи анализа устойчивости и управляемости ее движения.

На рис. 1, 2 приведена расчетная схема наиболее распространенного двухзвенного лесовозного автопоезда, состоящего из трехосного автомобиля, двухосного ропуска и формализованного (в виде пяти дискретных масс) пакета хлыстов [2, 4]. Движение автопоезда рассматривается в подвижной системе координат  $X_c Y_c$ , связанной с заданной «идеальной» [3, 9] траекторией движения центра тяжести автомобиля, относительно которой автопоезд обладает шестью степенями свободы: боковое отклонение центра тяжести ( $\Delta_1$ ) и угловое отклонение продольной оси тягача ( $\varphi_1$ ); угловое отклонение продольной оси дышла ( $\varphi_2$ ); боковые отклонения упругоподвешенных дискретных масс пакета хлыстов ( $\Delta_2, \Delta_3, \Delta_4$ ). Расчетная схема учитывает также колебания подрессоренных масс тягача и ропуска в поперечно-вертикальной плоскости, описываемых углами поперечного крена тягача ( $\nu_1$ ) и ропуска ( $\nu_2$ ).

При составлении математической модели введены следующие обозначения:

- $X_i Y_i Z_i$  — система отсчета с началом координат в точках пересечения осей крена подрессоренных масс тягача и ропуска с вертикальной поперечной плоскостью, проходящей через их центры тяжести  $C_i$ ; при этом  $X_i \parallel X_c$ ;  $Y_i \parallel Y_c$ ;  $Z_i \parallel Z_c$ ;
- $i, j$  — индексы обозначения звена и точки на продольной оси  $i$ -того звена;
- $r$  — индекс обозначения колеса; для левых колес  $r = 1$ , для правых  $r = 2$ ;
- $a_{ij}$  — расстояние между точками  $C_i$  и  $A_{ij}$ ;
- $l_{ij}$  — расстояние между точками  $O_i$  и  $A_{ij}$ ;
- $O_i$  — точка шарнирного соединения звеньев автопоезда;
- $b_{ij}$  — расстояние между точками  $A_{ij1}$  и  $A_{ij2}$ ;
- $h_{ij}$  — высота центров тяжести подрессоренных масс относительно начала координат;
- $Y_{ijr}, M_{ijr}, S_{ijr}$  — боковая реакция, стабилизирующий момент и сила сопротивления качению  $ijr$ -колеса;
- $F_{ijr}$  — движущие силы на колесах ведущих осей тягача;
- $m_{ij}$  — подрессоренные и неподрессоренные массы автопоезда;
- $\Delta_{кр}$  — деформация упругого элемента буксирного крюка;
- $M_\varphi$  — поворачивающий момент от действия тросов крестообразной сцепки;
- $P_w$  — сила аэродинамического сопротивления движению автопоезда;
- $P_T, Y_T, P_P, Y_P$  — продольные и поперечные реакции от действия тросов крестообразной сцепки, приложенные к тягачу и ропуску.

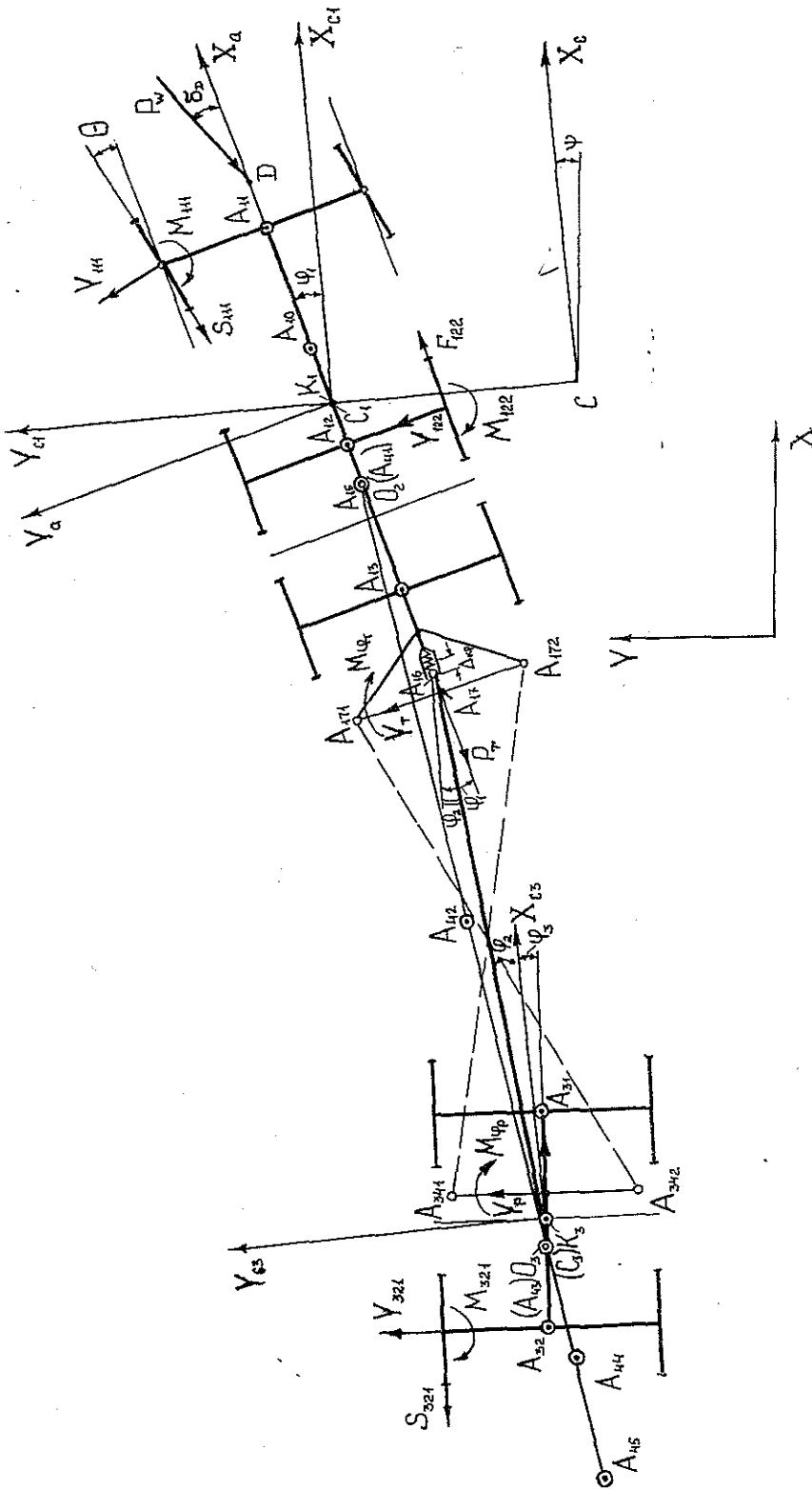


Рис. 1. Расчетная схема плоского криволинейного движения лесовозного автопоезда-ропуска

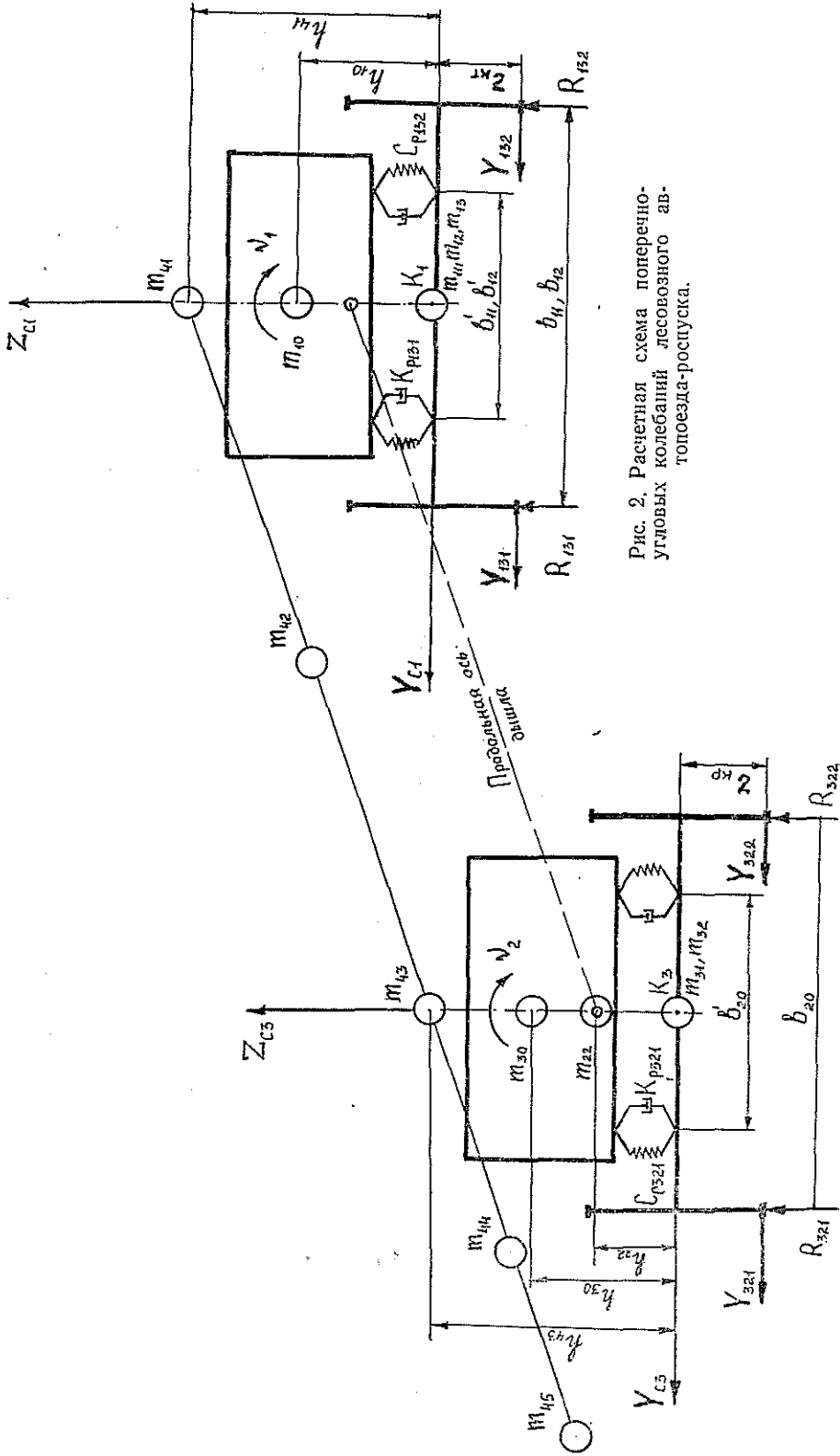


Рис. 2. Расчетная схема поперечно-угловых колебаний лесовозного автотопоезда-ропуска.

При составлении дифференциальных уравнений движения рассматриваемой динамической системы приняты следующие основные допущения:

- 1) автопоезд движется с постоянной скоростью по ровной горизонтальной асфальтовой дороге [12];
- 2) пределы угловых колебаний звеньев автопоезда достаточно малы, т. е. синусы углов приравниваем к углам, а косинусы принимаем равными единице;
- 3) углы увода правых и левых колес одной оси считаются равными;
- 4) оси тягача и роспуска не перемещаются в горизонтальной и вертикальной плоскостях относительно кузова [9]. Радиальные жесткости шин учитываются в приведенной жесткости подвесок;
- 5) в трансмиссионный привод тягача включены простые симметричные межосевые и межколесные дифференциалы;
- 6) сцепка и шкворневые соединения коников и дышла выполнены без зазоров. Деформации, возникающие в элементах сцепки, подчиняются закону Гука;
- 7) возникающее в результате кинематического несоответствия явление распирания компенсируется лишь в результате деформации упругого элемента сцепки;
- 8) действие тросов крестообразной сцепки заменяется реакциями, приложенными на пересечении тяговых балок с продольными осями тягача и роспуска;
- 9) дышло представляется в виде дискретных масс [5], при этом массой, принадлежащей тягачу, ввиду ее незначительности, пренебрегаем;
- 10) связь пакета хлыстов с кониками рассматривается как плоский шарнир [7];
- 11) упругоподвешенные дискретные массы пакета хлыстов обладают степенью свободы лишь в поперечном горизонтальном направлении.

Согласно принятым допущениям и обозначениям, определяются основные выражения кинематико-силовых взаимодействий звеньев автопоезда.

Угловые перемещения продольных осей пакета хлыстов и тележки роспуска можно выразить через вариации обобщенных координат

$$\varphi_{\Pi} = \left( \frac{a_{16} - a_{15}}{l_4} \right) \varphi_1 - \frac{l_2}{l_4} \varphi_2 + \left( \frac{h_{16} - h_{41}}{l_4} \right) \gamma_1 + \frac{h_{43}}{l_4} \gamma_2; \quad (1)$$

$$\varphi_3 = \varphi_2 - (\varphi_1 - \varphi_2) i_{\Pi}, \quad (2)$$

где  $i_{\Pi} = \frac{1 - i_k}{i_k}$  — величина, обратно пропорциональная конструктивному передаточному отношению крестообразной сцепки;

$i_k = \frac{l_{21} b_{21} + l_{34}}{b_{21} + b_{13} + l_{34} + a_{17} - a_{16}}$  — кинематическое передаточное отношение крестообразной сцепки;

$l_2$  — длина дышла;

$l_4$  — расстояние между кониками тягача и роспуска;

$\varphi_3, \varphi_{\Pi}$  — угловое отклонение продольной оси тележки роспуска и пакета хлыстов, относительно заданной траектории движения центра масс тягача;

$l_{21}$  — расстояние между центрами тяговых балок;

$l_{34}$  — вынос тяговой балки роспуска.

Боковые реакции  $Y_{ijr}$  и стабилизирующие моменты  $M_{ijr}$  на колесах автопоезда выражаются через коэффициенты сопротивления боковому уводу  $K_{ijr}$  и углы увода осей  $\delta_{ij}$

$$\left. \begin{aligned} Y_{ijr} &= K_{ijr} \delta_{ij}; \\ M_{ijr} &= Y_{ijr} e_{ij}; \\ K_{ijr} &= K_{0j} q_1 q_2 q_3, \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

где  $e_{ij}$  — длина отпечатка шины;  
 $q_1, q_2, q_3$  — корректирующие коэффициенты [1, 10].

Углы бокового увода осей связаны с обобщенными координатами зависимостями

$$\left. \begin{aligned} \delta_{11} &= -\varphi_1 - \Theta + \frac{\dot{\Delta}_1 + a_{11}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\psi})}{v_0}; \\ \delta_{12} &= -\varphi_1 + \frac{\dot{\Delta}_1 - a_{12}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\psi})}{v_0}; \\ \delta_{13} &= -\varphi_1 + \frac{\dot{\Delta}_1 - a_{13}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\psi})}{v_0}; \\ \delta_{31} &= -\varphi_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) i_n + \frac{\dot{\Delta}_1 - (a_{16} - l_{31} i_n)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\psi})}{v_0} - \\ &\quad - \frac{h_{16} \dot{v}_1 - [l_2 - l_{31} (1 + i_n)](\dot{\varphi}_2 + \dot{\psi})}{v_0}; \\ \delta_{32} &= -\varphi_2 + (\varphi_1 - \varphi_2) i_n + \frac{\dot{\Delta}_1 - (a_{16} + l_{32} i_n)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\psi})}{v_0} - \\ &\quad - \frac{h_{16} \dot{v}_1 - [l_2 + l_{32} (1 + i_n)](\dot{\varphi}_2 + \dot{\psi})}{v_0}, \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

где  $v_0$  — скорость движения центра тяжести тягача;  
 $\dot{\psi}$  — угловая скорость подвижной системы координат;  
 $\Theta$  — угол поворота управляемых колес тягача.  
 Реакции от действия тросов крестообразной сцепки

$$\left. \begin{aligned} P_T &\approx P_p = 2P_{но} + 2C_{тр} \Delta_{кр}; \\ Y_T &\approx Y_p = 2P_n \lambda; \\ M_{\varphi_p} &= P_n b_{21}; \\ M_{\varphi_T} &= P_n b_{13}; \\ \Delta_{кр} &= k_{кр} (\varphi_1 - \varphi_2); \\ \lambda &= \frac{b_{13} + b_{21}}{2l_{21}}, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где  $P_n$  — сила, возникающая в результате сопротивления повороту роспуска;  
 $P_{но}$  — сила начального натяжения тяговых тросов;  
 $k_{кр}$  — приведенный коэффициент линейной деформации упругого элемента буксирного крюка от угла складывания автопоезда;  
 $C_{тр}$  — жесткость тросов крестообразной сцепки;  
 $\lambda$  — угол наклона троса к продольной оси дышла.

Для составления динамических уравнений движения используются уравнения Лагранжа второго рода, которые в системе отсчета  $X_c Y_c$  относительно полюса  $C$  имеют вид:

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial \bar{\Pi}}{\partial q_i} + \frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_i} = Q_i + L_i + R_i, \quad (6)$$

где  $T$ ,  $\Pi$  — кинетическая и потенциальная энергия системы;  
 $\Phi$  — диссипативная функция системы;  
 $Q_i$  — обобщенные активные силы;  
 $L_i$  — переносные моменты и силы инерции;  
 $R_i$  — обобщенные реакции неголономных связей;  
 $q_i$  — обобщенные координаты.

Исходя из уравнения (6) и учитывая изложенные допущения, а также выражения кинематико-силовых связей (1) — (5), можно вывести линейные дифференциальные уравнения криволинейного курсового движения лесовозного автопоезда:

$$[M]\{\ddot{q}\} + [K]\{\dot{q}\} + [C]\{q\} = \{P\}\theta + \{\Gamma\}\ddot{\psi} + \{\Pi\}\dot{\psi}, \quad (7)$$

где  $[M]$ ,  $[K]$ ,  $[C]$  — квадратные матрицы коэффициентов (размерности  $8 \times 8$ ), зависящих от параметров автопоезда;  
 $\{q\}$  — матрица-столбец обобщенных координат;  
 $\{P\}$ ,  $\{\Gamma\}$ ,  $\{\Pi\}$  — матрицы-столбцы коэффициентов при управляющем воздействии и параметрах заданной траектории движения.

Структурно-математическая модель криволинейного курсового движения лесовозного автопоезда создана по блочному принципу, показанному на рис. 3.

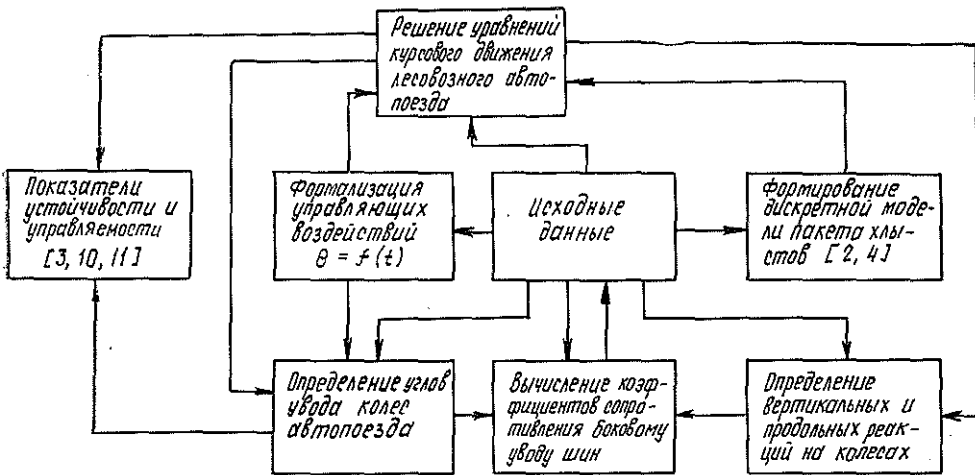


Рис. 3. Структурная схема математической модели криволинейного курсового движения лесовозного автопоезда-ропуска.

Математическая модель криволинейного курсового движения лесовозного автопоезда позволяет:

- 1) описать курсовое движение автопоезда относительно как заданной траектории движения, так и заданного управляющего воздействия на органы управления;
- 2) путем введения дополнительного блока, описывающего корректирующие воздействия водителя, исследовать курсовое управляемое

движение автопоезда по замкнутой схеме дорога — транспортное средство — водитель;

3) исследовать влияние массово-геометрических, инерционных и конструктивных параметров, а также колебательных характеристик пакета древесины на курсовую устойчивость и управляемость движения лесовозного автопоезда;

4) обосновать выбор оптимальных компоновочных и конструктивных параметров, обеспечивающих активную безопасность движения лесовозного автопоезда.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1]. Антонов Д. А. Расчет устойчивости движения многоосных автомобилей.— М.: Машиностроение, 1984.— 168 с. [2]. Библиук Н. И. Метод расчета величины и размещения дискретных масс пакета хлыстов.— Изв. высш. учеб. заведений. Лесн. журн., 1984, № 3, с. 35—39. [3]. Брянский Ю. А. Управляемость большегрузных автомобилей.— М.: Машиностроение, 1983.— 176 с. [4]. Гайдар Н. А., Библиук Н. И., Бойко А. А. К расчету геометрических, инерционных и упругих характеристик пакета хлыстов.— Лесн. хоз-во, лесн., бум. и деревообаб. пром-сть, 1985, вып. 16, с. 35—38. [5]. Городко Л. И., Егенов Ю. А., Левин И. Е. Некоторые критерии устойчивости автопоезда.— Автомоб. пром-сть, 1977, № 2. [6]. Лахно В. П. Взаимодействие автомобиля с роспуском при движении автопоезда.— В кн.: Вопросы автомобильного лесотранспорта. Химки: ОНТИ, 1970, с. 135—149. (Тр. ЦНИИМЭ; Вып. 105). [7]. Лахно В. П., Лахно Р. П. Автомобильные лесовозные поезда.— М.—Л.: Гослесбумиздат, 1962.— 175 с. [8]. Мальцев Г. П. Исследование взаимодействия звеньев крестовой сцепки автопоезда.— В кн.: Вопросы лесотранспорта, Химки, 1965, с. 158—186. (Тр. ЦНИИМЭ; Вып. 62). [9]. Пчелин И. К., Хачатуров А. А. Вопросы управляемого движения автомобиля.— В кн.: Тр. семинара по устойчивости и управляемости автомобилей. М., 1968, вып. 2, с. 66—84. [10]. Ровинзон М. Л. Исследование криволинейного движения седельного автопоезда: Автореф. дис. ... канд. техн. наук.— М., 1974.— 23 с. [11]. Фаробин Я. Е., Овчаров В. А., Кравцов В. А. Теория движения специализированного подвижного состава.— Воронеж: Изд. Воронеж. ун-та, 1981.— 160 с. [12]. Bergman W. SAE. Journ., 1965, N 12.

Поступила 28 октября 1985 г.

УДК 630\*375.5.001.2

### ОБ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЯХ ХЛЫСТОВ, УЛОЖЕННЫХ НА ДВЕ ОПОРЫ С ДВУМЯ КОНСОЛЯМИ

Г. Ф. ХРАМЦОВ

Хабаровский политехнический институт

Расчет изгибных колебаний хлыстов при взаимодействии с лесозаготовительными и лесотранспортными машинами необходим при аналитическом и экспериментальном исследовании эксплуатационной нагруженности основных деталей их ходовой и несущей части. Определению и анализу характеристик колебательных параметров хлыстов, деревьев и их пачек посвящены многие работы [2—4, 10].

Большая часть материалов предшествующих исследований получена экспериментальным путем. При этом, естественно, не может быть охвачен весь диапазон размерных и качественных характеристик промышленных хлыстов или деревьев. В аналитических исследованиях [1, 8, 9] недостаточно разработана теория изгибных колебаний хлыстов с одновременным учетом их переднего и заднего свеса. Эта задача рассмотрена в данной статье. Расчетная схема — весомая балка в виде усеченного конуса (где  $D$  — диаметр конуса в нижнем отрубе;  $d$  — то же в верхнем) на двух опорах с двумя консолями (рис. 1). Как и в случае схемы весомой балки (хлыста) на двух опорах с одной консолью [9], воспользуемся энергетическим методом Рэлея.