

струкциях массового изготовления: Автореф. дис. . . . докт. техн. наук.—Л., 1989.—48 с. [4]. Серов Е. Н., Табунов С. Ю. Экспериментальные исследования плоского напряженного состояния клеодощатых рам // Методы расчета конструкций из древесины, фанеры и пластмасс. Межвуз. сб. тр.—Л.: ЛИСИ, 1985.—С. 108—116. [5]. СНиП II-25—80. Деревянные конструкции. Нормы проектирования.—М.: Стройиздат, 1982.—65 с.

Поступила 29 мая 1990 г.

УДК 624.011.1 : 624.072.2

## РАСЧЕТ ПЛИТНО-РЕБРИСТЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УПРУГОПОДАТЛИВЫМИ СВЯЗЯМИ

Б. В. ЛАБУДИН

Инженерно-строительный институт (г. Санкт-Петербург)

Учет упругоподатливых соединений, деревянных конструкций (нагели, клеенные стержни и т. д.) приводит к существенным погрешностям в оценке их напряженно-деформированного состояния [4]. Это характерно для плоскостных, деревянных клееных конструкций (ДКК) типа пролетных строений мостов, когда в работу основных несущих элементов включается покрытие, плиты, панели (рис. 1), а также для пространственных систем типа перекрестных балок, многогранных шатров, куполов и т. д. [2].

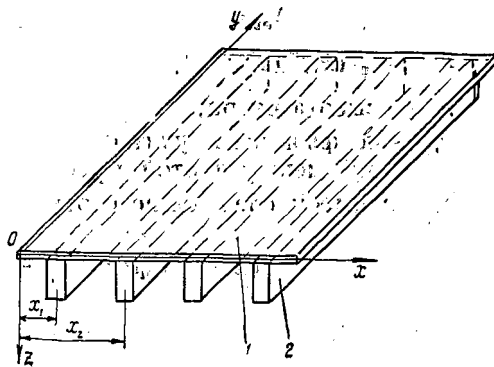


Рис. 1. Общий вид плитно-ребристой конструкции: 1 — плита; 2 — ребро

Нами предложена методика инженерного расчета, позволяющего учесть совместную работу ребристых ДКК и плит покрытий.

Теория расчета ребристых пластин [1], развиваемая на основании работы Е. С. Гребеня, предполагает абсолютно жесткое присоединение плиты по линии контакта с ребрами. В уравнение равновесия и совместности деформаций для ребер, параллельных оси  $OY$  (рис. 1), вводятся обобщенные силы и моменты:

$$\begin{aligned} -F_y^* &= F_y + \sum_i F_{pi} \delta(x - x_i); \\ M_y^* &= M_y + \sum_i M_{pi} \delta(x - x_i), \end{aligned} \quad (1)$$

где  $T_y$ ,  $M_y$  — усилие и момент в пластине;  
 $T_{pi}$ ,  $M_{pi}$  — усилие и момент в пластине от  $i$ -го ребра;  
 $\delta(x - x_i)$  — дельта и функция Дирака.

Усилие в ребре может быть представлено через относительную линейную деформацию его нейтральной оси:

$$T_{pi} = E_i F_i \epsilon_{pi}, \quad (1a)$$

где  $E_i$  — модуль упругости;  
 $F_i$  — площадь поперечного сечения ребра;  
 $\epsilon_{pi}$  — относительная линейная деформация нейтральной оси ребра.

Момент в  $i$ -м ребре определяем по формуле

$$M_{pi}^0 = E_i I_i^0 \chi_{pi}, \quad (16)$$

где  $I_i^0$  — момент инерции  $i$ -го ребра относительно его нейтральной оси;  
 $\chi_{pi} = w_{yi}''$  — изменение кривизны ребра при изгибе вместе с пластиной.

Для того чтобы воспользоваться соотношением (1) и получить исходные разрешающие уравнения, необходимо установить связь между относительными деформациями волокон ребра и пластины. При жестком соединении ребра и пластины эта связь выявлена [1, 3].

Рассмотрим эту зависимость исходя из условий взаимности перемещений на линии контакта ребро — пластина. Из рис. 2, 3 следует, что разность деформаций между ребром и плитой, обусловленная податливостью упругих связей, может быть выражена через компоненты деформаций составных элементов конструкции:

$$\Delta_{пл} = \Delta_{ор} - \Delta_{изг} + \Delta_{под}, \quad (2)$$

где  $\Delta_{пл} = \epsilon_i dx$ ;  $\Delta_{ор} = \epsilon_{pi} dx$ ;

$$\Delta_{изг} = \chi_{pi} (h_p/2) dx; \quad \Delta_{под} = \gamma_i dx;$$

$h_p$  — высота ребра;

$\gamma_i$  — коэффициент, учитывающий податливость связей соединений между плитой и ребрами.

Отсюда имеем следующие соотношения компонент деформаций:

$$\epsilon_i dx = \epsilon_{pi} dx - \chi_{pi} \frac{h_p}{2} dx + \gamma_i dx$$

или

$$\epsilon_i = \epsilon_{pi} - \chi_{pi} \frac{h_p}{2} + \gamma_i.$$

Следовательно,

$$\epsilon_{pi} = \epsilon_i + \chi_{pi} \frac{h_p}{2} - \gamma_i. \quad (3)$$

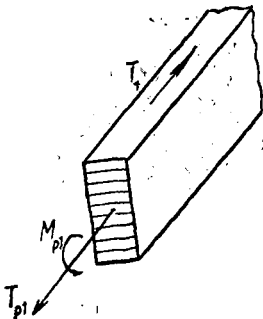


Рис. 2. Усилия, возникающие в ребре

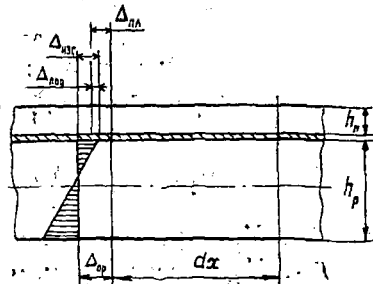


Рис. 3. Компоненты деформаций на линии контакта ребро — пластина

Подставляя это соотношение в (1а), получаем

$$T_{pi} = E_i F_i \left( \epsilon_i + \alpha_{pi} \frac{h_p}{2} - \gamma_i \right) = E_i F_i \epsilon_i + E_i S_i \alpha_{pi} - E_i F_i \gamma_i. \quad (4)$$

Здесь  $S_i = F_i \frac{h_p}{2}$  — статический момент сечения ребра относительно нейтральной плоскости пластины.

Момент от ребра, приведенный к нейтральной плоскости, представляем как

$$M_{pi}^* = M_{pi}^0 + T_{pi} \frac{h_p}{2}. \quad (5)$$

С учетом (3)

$$\begin{aligned} M_{pi}^* &= E_i I_i^0 \alpha_{pi} + \frac{h_p}{2} \left( E_i F_i \epsilon_i + E_i F_i \frac{h_p}{2} \alpha_{pi} - E_i F_i \gamma_i \right) \\ &= E_i I_i \alpha_{pi} + E_i S_i \epsilon_i - E_i S_i \gamma_i, \end{aligned} \quad (6)$$

где  $I_i$  — момент инерции  $i$ -го ребра относительно нейтральной плоскости пластины,  $I_i = I_i^0 + F_i \left( \frac{h_p}{2} \right)^2$ .

Подстановка соотношения (1) в уравнения равновесия рассматриваемой конструкции, нагруженной внешними силами  $P$ ,

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} &= 0; \quad \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} = 0; \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} &= P \end{aligned} \quad (7)$$

дает следующую систему уравнений:

$$\begin{aligned} \frac{\partial T_x}{\partial x} + \frac{\partial S}{\partial y} &= 0; \\ \frac{\partial S}{\partial x} + \frac{\partial T_y}{\partial y} &= - \sum_i (E_i F_i \epsilon'_{iy} + E_i S_i \omega''_{iy} - E_i F_i \gamma'_{iy}) \delta(x - x_i); \\ \frac{\partial^2 M_x}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_y}{\partial y^2} &= P - \sum_i (E_i I_i \omega''_{iy} + E_i S_i \epsilon''_{iy} - E_i S_i \gamma''_{iy}). \end{aligned} \quad (8)$$

Если воспользуемся известными соотношениями упругости тонких изгибаемых пластин [5]

$$\begin{aligned} T_x &= B (\epsilon_x + \mu \epsilon_y); \quad T_y = B (\epsilon_y + \mu \epsilon_x); \\ S &= B \frac{1 - \mu}{2} \omega; \\ M_x &= D (\omega''_x + \mu \omega''_y); \quad M_y = D (\omega''_y + \mu \omega''_x); \\ M_{xy} &= D (1 - \mu) \omega''_{xy} \end{aligned} \quad (9)$$

и геометрическими дифференциальными зависимостями Коши

$$\epsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x}; \quad \epsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y}; \quad \omega = \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x}, \quad (10)$$

где  $u, v, \omega$  — компоненты вектора перемещений точек нейтральной плоскости в результате деформации совместно с ребрами;

$B$  — жесткость ребра,  $B = EI = Ebh_p^3/12$ ;

$\omega$  — коэффициент Пуассона;

$D$  — цилиндрическая жесткость плиты,  $D = Eh_{II}^3/12(1 - \mu^2)$ , то после ряда преобразований [3] систему (8) представим в перемещениях:

$$\begin{aligned} \nabla^4 u &= -\frac{1}{B} \sum_i E_i (F_i v_{iy}^{III} + S_i w_{iy}^{IV} - F_i \gamma_{iy}''') \delta''(x - x_i) \frac{\mu + 1}{\mu - 1}; \\ \nabla^4 v &= -\frac{1}{B} \sum_i \frac{1}{1 - \mu} [E_i (F_i v_{iy}'' + S_i w_{iy}^{III} - F_i \gamma_{iy}') \times \\ &\times \delta''(x - x_i) + E_i (F_i v_{iy}^{IV} - F_i \gamma_{iy}^{IV} + S_i w_{iy}^V) \delta(x - x_i)]; \\ \nabla^4 w &= \frac{P}{D} - \frac{1}{D} \sum_i E_i (I_i w_{iy}^{IV} + S_i v_{iy}^{III} - S_i \gamma_{iy}'') \delta(x - x_i). \end{aligned} \quad (11)$$

Здесь  $\nabla^4$  — бигармонический оператор Лапласа,

$$\nabla^4 = \Delta^2 = \frac{\partial^4}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4}{\partial y^4}.$$

Для решения этой системы представим  $u, v, w$  в виде быстросходящихся рядов\*:

$$\begin{aligned} w &= \sum_k w_k(x) \sin \beta_k y; \\ u &= \sum_k u_k(x) \sin \beta_k y; \\ v &= \sum_k v_k(x) \cos \beta_k y; \end{aligned} \quad (12)$$

где  $w_k, u_k, v_k$  — искомые коэффициенты, зависящие от переменных  $x$  и  $y$ ;

$$\beta_k = k\pi/b.$$

Тогда система (11), с учетом ортогональности функций  $\sin \beta_k y$  и  $\cos \beta_k y$ , сводится к системе обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{aligned} \left( \frac{d^2 u}{dx^2} - \beta_k^2 u \right)^2 &= \frac{1}{B} \beta_k^3 \sum_i E_i \left( F_i v_k(x_i) + S_i \beta_k w_k(x_i) - \right. \\ &\left. - F_i \gamma_{ik}' \frac{1}{\beta_k} \right) \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \delta'(x - x_i); \\ \left( \frac{d^2 v}{dx^2} - \beta_k^2 v \right)^2 &= \frac{1}{B(1 - \mu)} \sum_i \left[ E_i \left( F_i v_i(x_i) + S_i \beta_k^2 w_k(x_i) - \right. \right. \\ &\left. \left. - F_i \gamma_{ik}' \frac{1}{\beta_k} \right) \delta''(x - x_i) \right] + E_i \beta_k^4 (E_i v_i(x_i) - F_i \gamma_{ik}') + \\ &+ S_i w_i(x_i) \beta_k^2 \delta(x - x_i); \\ \left( \frac{d^2 w}{dx^2} - \beta_k^2 w \right)^2 &= \frac{P}{D} \sum_i E_i \beta_k^2 (I_i \beta_k^2 w_i(x_i) + \\ &+ S_i \beta_k v_i(x_i) + S_i \gamma_{ik}') \delta(x - x_i). \end{aligned} \quad (13)$$

Решим эту систему согласно [3]:

$$u_k(x) = -\frac{1}{B} \frac{\mu + 1}{\mu - 1} \beta_k^3 \sum_i E_i \left( F_i v_k(x_i) + S_i \beta_k w_k(x_i) - F_i \gamma_{ik}' \frac{1}{\beta_k} \right) \psi_{ki}(x);$$

\* Доказательство достаточно хорошей сходимости, позволяющей ограничиться удержанием всего 1—2 членов ряда, а также методов улучшения сходимости приведены в [3].

$$v_k(x) = \frac{1}{B} \left\{ \frac{2\beta_k^2}{1-\mu} \sum_i [E_i (F_i v_k(x_i) + S_i \beta_k^2 \omega_k(x_i) - F_i \frac{1}{\beta_k} \gamma_k(x_i))] \psi_{ki}''(x) + E_i \beta_k^4 (F_i v_i(x_i) - F_i \gamma_i(x_i) + S_i \omega_k(x_i) \beta_k^2) \psi_{ki}(x) \right\}; \quad (14)$$

$$\omega_k(x) = \omega_{0k} - \sum_i E_i \beta_k^2 (I_i \beta_k^2 \omega_k(x_i) + S_i \beta_k v_k(x_i) - S_i \gamma_k(x_i)) \psi_{ki}(x).$$

Неизвестные коэффициенты  $\omega_k(x_i)$ ,  $v_k(x_i)$  определяем из системы (14), принимая  $x = x_i$ . Функции  $\psi_i(x)$ ,  $\psi_i'(x)$ ,  $\psi_i''(x)$  являются решениями уравнений

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \beta_k^2\right)^2 \psi_i = \delta(x - x_i); \quad \left(\frac{d^2}{dx^2} - \beta_k^2\right)^2 \psi_i' = \delta'(x - x_i);$$

$$\left(\frac{d^2}{dx^2} - \beta_k^2\right)^2 \psi_i'' = \delta''(x - x_i)$$

и имеют вид [3]

$$\psi_i = \psi_i^0 + \frac{1}{2\beta_k^3} [\beta_k(x - x_i) \operatorname{ch} \beta_k(x - x_i) - \operatorname{sh} \beta_k(x - x_i)] H(x - x_i);$$

$$\psi_i' = \psi_i^{0'} + \frac{1}{\beta_k^2} \beta_k(x - x_i) \operatorname{sh} \beta_k(x - x_i) H(x - x_i); \quad (15)$$

$$\psi_i'' = \psi_i^{0''} + \frac{1}{2\beta_k} [\beta_k(x - x_i) \operatorname{ch} \beta_k(x - x_i) + \operatorname{sh} \beta_k(x - x_i)] H(x - x_i),$$

где  $\psi_i^0$  — общее решение соответствующего однородного уравнения,

$$\psi_i^0 = C_1 \operatorname{ch} \beta_k x + C_2 \operatorname{sh} \beta_k x + C_3 \beta_k x \operatorname{sh} \beta_k x + C_4 \beta_k x \operatorname{ch} \beta_k x;$$

$C_1, C_2, C_3, C_4$  — постоянные интегрирования;  
 $H$  — функция Хевисайда.

После определения  $u_k, v_k, \omega_k$ , используя формулы (9), (10), (12), вычисляем все компоненты напряженно-деформированного состояния.

Предлагается следующая последовательность расчета рассматриваемых конструкций.

1. Из граничных условий на краях  $x = 0, x = a$  находим постоянные интегрирования  $C_1, C_2, C_3, C_4$  и строим функции  $\psi_i, \psi_i', \psi_i''$ . Если на краях имеем шарнирно-подвижные опоры, то из условия равенства нулю прогибов и моментов: при  $x = 0 \psi_i(0) = \psi_i'(0) = 0$ , при  $x = a \psi_i(a) = \psi_i'(a) = 0$ .

2. Из системы (14) при  $x = x_i$  определяем коэффициенты  $u_k(x_i), v_k(x_i); \omega_k(x_i)$ .

3. По формулам (9), (10), (12) вычисляем усилия и моменты в любой точке подкрепленной плиты.

Перед расчетом необходимо задать значение коэффициента  $\gamma_i$ , который характеризует податливость связей на границе присоединения  $i$ -го ребра к плите. Очевидно, что при  $\gamma_i = 0$  имеем жесткое сопряжение ребра с плитой.

Универсальность предлагаемого метода заключается в том, что с его помощью можно рассчитывать ребра без учета работы плиты, а также плиту, не принимая во внимание работу ребер.

Представленное решение можно распространить на ортотропную плиту с ребрами, плиту с ребрами в двух направлениях и другие задачи строительной механики.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Гребень Е. С. Метод расчета прямоугольных в плане пологих оболочек, подкрепленных ребрами // Расчет пространственных конструкций.—М., 1969.— Вып. 11.—С. 132—140. [2]. Лабудин Б. В. Конструирование и расчет современных пространственных ДКК. Перекрестные балки и купола.—Л.: ЛТА; 1984.— 64 с. [3]. Михайлов Б. К. Пластины и оболочки с разрывными параметрами.—Л.: ЛГУ, 1986.—196 с. [4]. Ржаницын А. Р. Составные стержни и пластинки.—М.: Стройиздат, 1986.—316 с. [5]. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. Пластинки и оболочки.—М.: Наука, 1966.—636 с.

Поступила 16 сентября 1991 г.

УДК 630\*811 : 630\*435

### МИКРОСТРОЕНИЕ ДРЕВЕСИНЫ СОСНЫ СРЕДНЕГО ПРИАНГАРЬЯ, ПОДВЕРГШЕЙСЯ ВОЗДЕЙСТВИЮ ОГНЯ

Е. Г. КРИВИЦКИХ, Е. В. ХАРУК

Сибирский технологический институт

В лесах Средней Сибири практически нет древостоев, не пройденных лесными пожарами, которые существенно влияют на строение и свойства древесины, что определяет, в конечном итоге, область ее применения.

Цель данной работы — изучить микростроение подвергавшейся воздействию огня древесины с учетом степени повреждения деревьев.

Исследования проводили в древостоях сосны Братского района Иркутской области на стационаре Института леса и древесины СО АН СССР.

Закладку пробных площадей и отбор модельных деревьев осуществляли по ГОСТ 16483.6—80 [2]. Степень повреждения дерева огнем учитывали по высоте нагара. Кряжи выпиливали из комлевой части ствола, имеющего следы как однократного, так и многократного повреждения огнем с наличием раневой древесины [5].

Для микроскопических определений брали по 30 срезов из каждой зоны ствола, включающих древесину, сформированную до и после пожара. Контрольные срезы готовили из древесины, не подвергавшейся воздействию огня. В каждой из зон измеряли толщину клеточных стенок, диаметр и длину трахеид [7].

Поскольку исследовали древесину, подвергавшуюся воздействию огня различной степени интенсивности, то возникла необходимость изучения структур клеточного строения на разных стадиях формирования древесины, которое проводилось на основе фундаментальных работ по пожарной травматологии академика И. С. Мелехова [3, 4, 5, 9].

Для сравнения в таблице приведены данные по толщине клеточной стенки, длине и диаметру трахеид древесины одного и того же дерева до и после пожара. При этом исходили из того, что образование структурных элементов клетки происходило при равных почвенно-климатических условиях. Это позволило внести определенные коррективы в показатели микростроения древесины, повторно поврежденной огнем.

Как видно из таблицы, при однократном повреждении дерева толщина клеточной стенки, и длина трахеид в первые 2...4 года после