



МЕХАНИЧЕСКАЯ ОБРАБОТКА ДРЕВЕСИНЫ И ДРЕСИНОВЕДЕНИЕ

УДК 621.935

Г.Ф. Прокофьев, И.И. Иванкин, А.А. Банников

Прокофьев Геннадий Федорович родился в 1940 г., окончил в 1964 г. Архангельский лесотехнический институт, профессор, доктор технических наук, профессор кафедры прикладной механики Архангельского государственного технического университета, действительный член РАЕН. Имеет более 200 печатных работ в области прикладной механики и интенсификации переработки древесины путем совершенствования лесопильного оборудования и дереворежущего инструмента.



Иванкин Илья Игоревич родился в 1971 г., окончил в 1994 г. Архангельский лесотехнический институт, кандидат технических наук, доцент кафедры машин и оборудования лесного комплекса Архангельского государственного технического университета. Имеет 22 печатные работы в области совершенствования лесопильного оборудования и инструмента.



Банников Анатолий Анатольевич родился в 1971 г., окончил в 1996 г. Архангельский лесотехнический институт, аспирант кафедры прикладной механики и основ конструирования Архангельского государственного технического университета. Имеет 5 печатных работ в области совершенствования лесопильного оборудования и инструмента.



ИССЛЕДОВАНИЕ УСТОЙЧИВОСТИ ПИЛЫ ЛЕНТОЧНОПИЛЬНОГО СТАНКА С ОТЖИМНЫМИ КОНТАКТНЫМИ НАПРАВЛЯЮЩИМИ

Полученные формулы для расчета критической силы ленточной пилы и определения оптимального эксцентриситета линии ее натяжения могут быть использованы для расчета режимов пиления древесины на ленточнопильных станках и определения эффективности путей дальнейшего совершенствования их конструкции.

пила, критическая сила, энергетический метод, устойчивость, эксцентриситет, сила натяжения.

Одним из основных недостатков ленточнопильных станков является низкая точность пиления при больших скоростях подачи распиливаемого материала. При использовании отжимных направляющих, установленных над и под распиливаемым материалом, жесткость и устойчивость пилы, а следовательно, и точность пиления возрастают. Для уменьшения трения пилы о направляющие последние целесообразно выполнять в виде аэростатических опор [2, 3].

Ранее [4] проведены теоретические исследования устойчивости рамных и ленточных пил в направляющих. Нагрузка, действующая на полотно пилы в плоскости наибольшей жесткости, принята равномерно распределенной между направляющими. Исследования показали, что, принимая в расчетах сосредоточенную нагрузку вместо распределенной, получаем значения критической силы с большой погрешностью.

При выводе формулы критической силы [4] протяженность равномерно распределенной нагрузки (высота пропила h) принята равной расстоянию между направляющими. Это частный, крайний, случай.

Ленточная пила с отжимными направляющими, растянутая силой N , приложенной с эксцентриситетом e , имеет свободную длину в плоскости наибольшей жесткости L (расстояние между осями пильных шкивов) и свободную длину в плоскости наименьшей жесткости l (расстояние между направляющими) и нагружена распределенной нагрузкой протяженностью, равной высоте пропила h .

Цель данной работы – рассмотреть более общий, чем в работе [4], случай, соответствующий реальным условиям пиления, т.е. $h \leq l$.

Схема ленточной пилы приведена на рис. 1.

Она может быть заменена эквивалентной расчетной схемой (рис. 2).

Критическую силу пилы определяли энергетическим методом, который при своей простоте обладает достаточной для практики точностью.

Для устойчивости пилы справедливо равенство

$$U = W, \quad (1)$$

где U – потенциальная энергия деформации изгиба и кручения пилы;

W – работа, совершаемая силами в срединной плоскости.

Работа сил в срединной плоскости определяется по формуле Брайана [5]. О возможности применения этой формулы при исследовании устойчивости полосы указано в работе [1]. Для рассматриваемого случая формула Брайана принимает вид

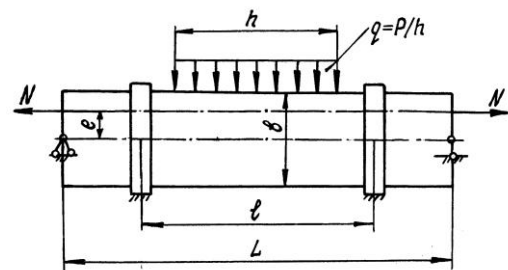


Рис. 1. Схема ленточной пилы

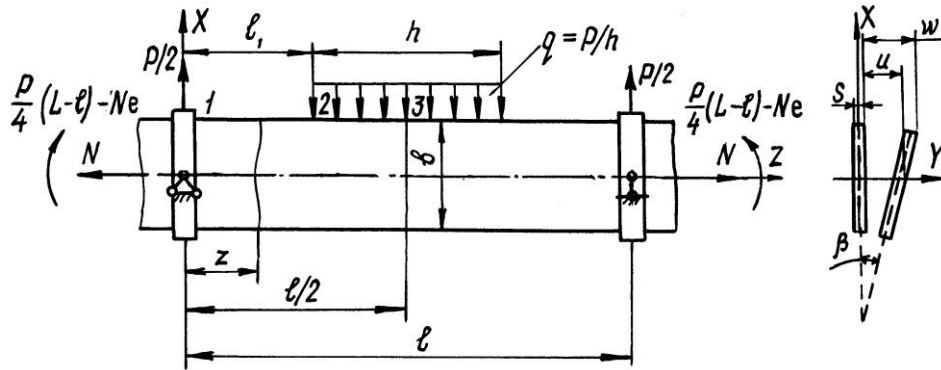


Рис. 2. Расчетная схема ленточной пилы

$$W = -\frac{1}{2} \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^l \left[N_z \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + 2 N_{xz} \frac{\partial w}{\partial x} \frac{\partial w}{\partial z} \right] dx dz, \quad (2)$$

где b – ширина полотна пилы;

N_z – нормальные усилия, приходящиеся на единицу ширины полотна пилы и действующие по оси Z ;

N_{xz} – касательные усилия, приходящиеся на единицу ширины полотна пилы;

w – прогиб полотна пилы в плоскости наименьшей жесткости.

Нормальные усилия на участке 1–2 (рис. 2)

$$N_z = \frac{N}{b} + \left[-N e + \frac{P}{4} (L-l) + \frac{P z}{2} \right] \frac{x s}{J_z}, \quad (3)$$

где s – толщина пилы, мм;

$J_z = \frac{s b^3}{12}$ – момент инерции сечения пилы в плоскости наибольшей жесткости, мм⁴.

Касательные усилия на участке 1–2 (рис. 2)

$$N_{xz} = \frac{3 P}{4 b} \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right). \quad (4)$$

Нормальные усилия на участке 2–3 (рис. 2)

$$N_z = \frac{N}{b} + \left[-N e + \frac{P}{4} (L-l) + \frac{P z}{2} - \frac{P (z^2 - 2 z l_1 + l_1^2)}{2 h} \right] \frac{x s}{J_z}. \quad (5)$$

Касательные усилия на участке 2–3 (рис. 2)

$$N_{xz} = \frac{3 P}{4 b} \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) - \frac{3 P}{2 h b} \left(l_1 - z \right) \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right). \quad (6)$$

Деформацию полотна пилы при потере устойчивости представим в следующем виде:

для прогиба оси пилы

$$u = \sum_{n=1}^{n=\infty} u_n \sin \frac{n\pi z}{l};$$

для угла закручивания

$$\beta = \sum_{n=1}^{n=\infty} \bar{\beta}_n \sin \frac{n\pi z}{l}.$$

Прогиб любой точки полотна пилы

$$w = u + \beta x = \sum_{n=1}^{n=\infty} \left(u_n \sin \frac{n\pi z}{l} + \bar{\beta}_n x \sin \frac{n\pi z}{l} \right). \quad (7)$$

Анализ показывает, что, принимая только первый член ряда (7), имеем ошибку при расчете критической силы не более 5 ... 6 %. Это приемлемо для практических расчетов [1].

Уравнение прогибов, выраженное в виде

$$w = \bar{u} + \bar{\beta} x \sin \frac{\pi z}{l}, \quad (8)$$

дифференцируем по z и x :

$$\frac{\partial w}{\partial z} = \frac{\pi}{l} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \cos \frac{\pi z}{l}; \quad (9)$$

$$\frac{\partial w}{\partial x} = \bar{\beta} \sin \frac{\pi z}{l}. \quad (10)$$

После подстановки в формулу (2) выражений (3) – (10) получаем

$$\begin{aligned} W = & \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{l_1} \left\{ \frac{N}{b} + \left[-N e + \frac{P}{4} (L-l) + \frac{P z}{2} \right] \frac{x s}{J_z} \right\} \frac{\pi^2}{l^2} (\bar{u} + \bar{\beta} x)^2 \cos^2 \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + \int_{-b/2}^{b/2} \int_{l_1}^{l/2} \left\{ \frac{N}{b} + \left[-N e + \frac{P}{4} (L-l) + \frac{P z}{2} - \frac{P (z^2 - 2 z l_1 + l_1^2)}{2 h} \right] \frac{x s}{J_z} \right\} \times \\ & \times \frac{\pi^2}{l^2} (\bar{u}^2 + 2 \bar{u} \bar{\beta} x + \bar{\beta}^2 x^2) \cos^2 \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + 2 \int_{-b/2}^{b/2} \int_0^{l_1} \frac{3 P}{4 b} \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) \frac{\pi}{l} \bar{\beta} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \sin \frac{\pi z}{l} \cos \frac{\pi z}{l} dx dz + \\ & + 2 \int_{-b/2}^{b/2} \int_{l_1}^{l/2} \frac{3 P}{4 b} \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) - \frac{3 P (z - l_1)}{2 h b} \left(1 - \frac{4 x^2}{b^2} \right) \frac{\pi}{l} \bar{\beta} (\bar{u} + \bar{\beta} x) \sin \frac{\pi z}{l} \cos \frac{\pi z}{l} dx dz. \end{aligned} \quad (11)$$

Интегрируя и выполняя соответствующие преобразования, имеем

$$W = P \bar{u} \bar{\beta} \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} + \frac{\pi^2(L-l)}{8l} \right) - \frac{P}{h} \bar{u} \bar{\beta} \left(\frac{\pi^2 l}{48} - \frac{\pi^2 l_1^3}{6l^2} - \frac{l}{8\pi} \sin \frac{2\pi l_1}{l} + \frac{l}{8} - \frac{\pi^2 l_1}{8} - \frac{3l_1}{4} + \frac{\pi^2 l_1^2}{4l} + \frac{l_1}{2} \cos \frac{2\pi l_1}{l} + l_1 \sin^2 \frac{\pi l_1}{l} \right) - \frac{\pi^2 N}{4l} \left(\bar{u}^{-2} + \bar{\beta}^2 \frac{b^2}{12} + 2\bar{u} \bar{\beta} e \right). \quad (12)$$

Величина критической силы $P_{кр}$ зависит от расположения точки ее приложения. В полученном уравнении для работы внутренних сил не учтено, что нагрузка приложена к режущей кромке пилы, а не в центре поперечного сечения. Необходимо определить дополнительную работу, учитывающую понижение нагрузки при потере пилой устойчивости.

Возьмем элемент dz , расположенный на расстоянии z от левой опоры. Угол поворота сечения пилы у этого элемента $\beta = \bar{\beta} \sin \frac{\pi z}{l}$. Величина понижения нагрузки при повороте пилы на угол β

$$a = \frac{b}{2}(1 - \cos \beta) \approx \frac{b}{4} \beta^2 = \frac{b}{4} \bar{\beta}^2 \sin^2 \frac{\pi z}{l}.$$

Нагрузка, действующая на элемент пилы длиной dz , равна $\frac{P}{h} dz$.

Дополнительная работа за счет понижения нагрузки

$$W = 2 \int_0^{l/2} \frac{P}{h} \frac{b}{4} \bar{\beta}^2 \sin^2 \frac{\pi z}{l} dz = \frac{P b l}{2 \pi h} \bar{\beta}^2 \left(\frac{\pi}{4} - \frac{\pi l_1}{2l} + \frac{l}{4} \sin \frac{2\pi l_1}{l} \right). \quad (13)$$

Полная работа внутренних сил в срединной плоскости

$$W = \frac{P}{h} \bar{u} \bar{\beta} \left(\frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} + \frac{\pi^2(L-l)}{8l} - \frac{\pi^2 l}{48h} + \frac{\pi^2 l_1^3}{6hl^2} + \frac{l}{8\pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l}{8h} + \frac{\pi^2 l_1}{8h} + \frac{3l_1}{4h} - \frac{\pi^2 l_1^2}{4lh} - \frac{l_1}{2h} \cos \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l_1}{h} \sin^2 \frac{\pi l_1}{l} \right) + P \bar{\beta}^2 \left(\frac{bl}{8h} - \frac{bl_1}{4h} + \frac{bl}{8\pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} \right) - \frac{\pi^2 N}{4l} \left(\bar{u}^{-2} + \bar{\beta}^2 \frac{b^2}{12} + 2\bar{u} \bar{\beta} e \right). \quad (14)$$

Энергию изгиба и кручения пилы определяем по формуле [4]

$$U = \frac{\pi^4}{4l^3} B \bar{u}^{-2} + \frac{\pi^2}{4l} C \bar{\beta}^2, \quad (15)$$

где $B = EJ_x$ – изгибная жесткость пилы, Н·мм²;
 E – модуль упругости материала пилы, $E = 2,1 \cdot 10^5$ Н·мм²;
 $J_x = \frac{b s^3}{12}$ – момент инерции сечения пилы при изгибе, мм⁴;
 $C = J_k$ – крутильная жесткость пилы, Н·мм²;
 G – модуль сдвига материала пилы, $G = 8,1 \cdot 10^4$ Н·мм²;
 $J_{\epsilon} \approx \frac{b s^3}{3}$ – момент инерции сечения пилы при кручении, мм⁴.

Приравняем $U = W$ и выразим P :

$$P = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left[\left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) \frac{\bar{u}}{\bar{\beta}} + \left(\frac{N b^2}{12} + C \right) \frac{\bar{\beta}}{u} + 2 N e \right]}{A + \frac{\bar{\beta}}{u} \bar{A}}, \quad (16)$$

$$\text{где } \bar{A} = \frac{\pi^2}{16} + \frac{1}{4} + \frac{\pi^2(L-l)}{8l} - \frac{\pi^2 l}{48h} + \frac{\pi^2 l_1^3}{6hl^2} + \frac{l}{8\pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l}{8h} + \frac{\pi^2 l_1}{8h} +$$

$$+ \frac{3l_1}{4h} - \frac{\pi^2 l_1^2}{4hl} - \frac{l_1}{2h} \cos \frac{2\pi l_1}{l} - \frac{l_1}{h} \sin^2 \frac{\pi l_1}{l}; \quad (17)$$

$$\bar{A} = \frac{bl}{8h} - \frac{bl_1}{4h} + \frac{bl}{8\pi h} \sin \frac{2\pi l_1}{l}. \quad (18)$$

Введем обозначение $\frac{\bar{u}}{\bar{\beta}} = y$. Тогда

$$P = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left[\left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) y^2 + \left(\frac{N b^2}{12} + C \right) + 2 N e y \right]}{A y + \bar{A}}. \quad (19)$$

Величину критической силы определим из условия $\frac{dP}{dy} = 0$:

$$\frac{dP}{dy} = \frac{\frac{\pi^2}{4l} \left\{ \left[2y \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) + 2 N e \right] (A y + \bar{A}) - A \left[y^2 \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) + \left(\frac{N b^2}{12} + C \right) + 2 N e y \right] \right\}}{(A y + \bar{A})^2}.$$

Откуда

$$y = \sqrt{\frac{\dot{A}^2}{\dot{A}^2} - \frac{2 \dot{A} N e}{A \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)} + \frac{\left(\frac{N b^2}{12} + C \right)}{\left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)}} - \frac{\dot{A}}{\dot{A}}. \quad (20)$$

Подставив (20) в уравнение (19) и сделав соответствующие преобразования, получим формулу критической силы ленточной пилы:

$$P_{\text{крит}} = (q h)_{\text{крит}} = \frac{\pi^2 \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right) \dot{A}}{2 l A^2} \left(\sqrt{1 - \frac{2 A N e}{\dot{A} \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)} + \frac{A^2 \left(\frac{N b^2}{12} + C \right)}{\dot{A}^2 \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)}} - 1 + \frac{A N e}{\dot{A} \left(N + \frac{\pi^2}{l^2} B \right)} \right). \quad (21)$$

Анализ формулы (21) показал, что при увеличении эксцентриситета до определенной (оптимальной) величины устойчивость пилы растет, дальнейшее его повышение приводит к снижению устойчивости. Оптимальный эксцентриситет определяется из условия $\frac{dP}{dy} = 0$.

$$e_{\text{ит}} = \frac{A}{2 \dot{A} N} \left(N \frac{b^2}{12} + C \right). \quad (22)$$

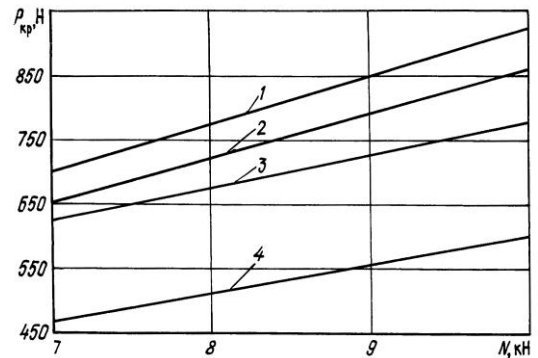
Иногда удобнее использовать относительный эксцентриситет линии натяжения $e = e/b$. В этом случае

$$e_{\text{ит}} = \frac{A}{2 \dot{A} N b} \left(N \frac{b^2}{12} + C \right). \quad (22)$$

Проведем расчеты для ленточной пилы, имеющей следующие параметры: $s = 1,2$ мм; $b = 110$ мм; $h = 300$ мм; $L = 1800$ мм; $E = 2,15 \cdot 10^5$ МПа; $G = 8,1 \cdot 10^4$ МПа. В таблице приведены результаты расчетов критической силы этой пилы в зависимости от силы натяжения N при изменении свободной длины в плоскости наименьшей жесткости l и эксцентриситета линии натяжения e .

Сила натяжения, кН	Критическая сила ленточной пилы, Н, при свободной длине в плоскости наименьшей жесткости, мм, и эксцентриситете линии натяжения			
	300	500	1800	
	$e = 0$			$e = e_{\text{ит}}$
7	699,4	651,1	467,1	621,7
8	774,6	721,0	511,1	673,1
9	849,4	790,5	554,8	724,5
10	923,9	859,6	598,3	775,9

Рис. 3. Зависимость критической силы ленточной пилы от силы натяжения при различных значениях l и e : 1 – $l = 300$ мм, $e = 0$; 2 – 500; 0; 3 – 1800; $e = e_{\text{опт}}$; 4 – 1800; 0



Графики рис. 3, построенные по данным таблицы, отражают связь между N , l и e .

Выполненные расчеты показали, что уменьшение свободной длины ленточной пилы в плоскости наименьшей жесткости с 1800 до 500 мм позволяет повысить устойчивость на 39 ... 44 %. Если учесть, что при этом возрастает жесткость пилы, то можно сделать вывод об эффективности модернизации ленточнопильных станков с применением отжимных направляющих.

Большим резервом повышения устойчивости ленточных пил является натяжение их с оптимальным эксцентриситетом. При использовании ленточных пил без контактных направляющих ($L = l$) натяжение с оптимальным эксцентриситетом позволяет повысить их устойчивость примерно на 30 %. Если применять отжимные контактные направляющие, то эффективность натяжения пил с эксцентриситетом еще более возрастает.

Полученные результаты могут быть использованы для расчета режимов пиления древесины на ленточнопильных станках и определения эффективности дальнейшего совершенствования их конструкции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бернштейн М.С. Теорема о работе внешних сил на конечных перемещениях и ее применение к задачам об устойчивости упругого равновесия // Расчет пространственных конструкций. – М.: Госстройиздат, 1962. – Вып. 7. – С. 281–292.
2. Прокофьев Г.Ф. Интенсификация пиления древесины рамными и ленточными пилами. – М.: Лесн. пром-сть, 1990. – 240 с.
3. Прокофьев Г.Ф. Модернизация ленточнопильных станков для повышения точности пиления // Резервы использования материальных и трудовых ресурсов: Науч. тр. / ЦНИИМОД. – Архангельск, 1987. – С. 62–65.
4. Прокофьев Г.Ф. Устойчивость рамных и ленточных пил в направляющих // Совершенствование конструкций и методов подготовки и эксплуатации режущего инструмента и лесопильно-деревообрабатывающего оборудования: Науч. тр. / ЦНИИМОД. – Архангельск, 1977. – С. 43–48.

5. Тимошенко С.П. Устойчивость упругих систем. – Изд. 2-е. – М.: Гостехиздат, 1955. – 567 с.

Архангельский государственный
технический университет

Поступила 28.05.01

G.F. Prokofjev, I.I. Ivankin, A.A. Bannikov

**Investigation of Saw Stability of Band-saw Machine with Squeeze
Contact Guide Bearings**

The formulae obtained for calculation of band saw critical load and determination of optimum eccentricity of its tension line could be used for estimating the sawing mode of wood on band-saw machines and determining efficient ways of further improvement of their structures.
