

## ЛЕСНОЕ ХОЗЯЙСТВО

УДК 630\*52:630\*174.754

*В.А. УСОЛЬЦЕВ, А.А. САЛЬНИКОВ*Уральская государственная лесотехническая академия  
Институт леса УрО РАН

Усольцев Владимир Андреевич родился в 1940 г., окончил в 1963 г. Уральский лесотехнический институт, доктор сельскохозяйственных наук, профессор кафедры лесной таксации и лесоустройства Уральской государственной лесотехнической академии, заведующий лабораторией биологической продуктивности лесов Института леса УрО РАН. Имеет 160 печатных работ по проблемам оценки биологической продуктивности и структуры фитомассы лесов.



Сальников Александр Александрович родился в 1970 г., окончил в 1992 г. Уральский лесотехнический институт, аспирант кафедры лесной таксации и лесоустройства Уральской государственной лесотехнической академии. Имеет 12 печатных работ в области оценки фитомассы лесов.

**РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ПРЕДЕЛЬНЫХ ПОКАЗАТЕЛЕЙ  
ФИТОМАССЫ БЕРЕЗОВЫХ ДРЕВОСТОЕВ**

По данным фитомассы 62 пробных площадей, заложенных в березняках Урала и Казахстана, рассчитана рекурсивная система многомерных регрессионных уравнений. Полученная модель описывает предельную траекторию надземной фитомассы (стволы, ветви, листва) березняков региона, выше которой древо-стои не выходят вследствие самоизреживания.

A recursive system of multivariate regression equations has been developed based on the phytomass data obtained from 62 test plots in birch stands of the Urals and Kazakhstan region. The model derived describes the limiting trajectory of the top phytomass (stems, branches, foliage) in the birch stands of the region, not exceeded in the stands due to natural thinning.

Около 40 лет назад японскими учеными при исследовании связи продуктивности с плотностью древостоя были выведены две основополагающие альтернативные зависимости: правило 3/2 [15], описывающее максимальную массу среднего дерева как функцию плотности (прямая самоизреживания в логарифмических координатах с угловым коэффициентом 3/2), и уравнение обратной дроби [12], описывающее массу среднего дерева в статическом густотном эксперименте как функцию плотности. Обе зависимости получили многократное эмпирическое подтверждение (рис. 1) и

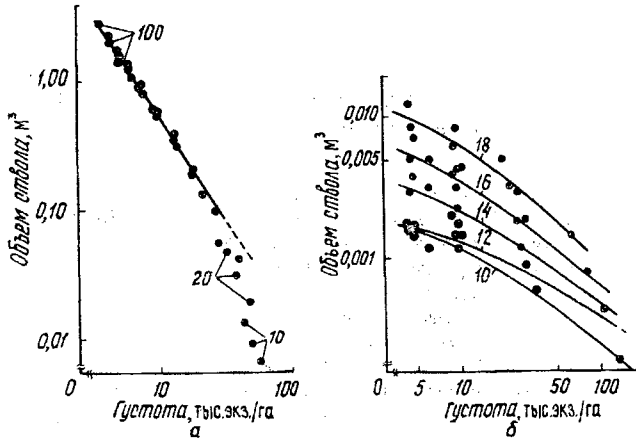


Рис. 1. Альтернативные зависимости объема ствола среднего дерева древостоя от плотности: а – согласно правилу самоизреживания 3/2 для сосны веймутовой [14]; б – согласно уравнению обратной дроби для сосны густоцветной [10]. Цифрами обозначен возраст древостоев

интерпретировались как «законы» самоизреживания [11]. Какое-то время они существовали независимо друг от друга, находясь в явном концептуальном противоречии [2, 11], пока не было показано, что первая (правило 3/2) является предельным случаем (огibaющей кривой) семейства альтернативных кривых густотного статического эксперимента, описываемых уравнениями обратной дроби [11] (рис. 2).

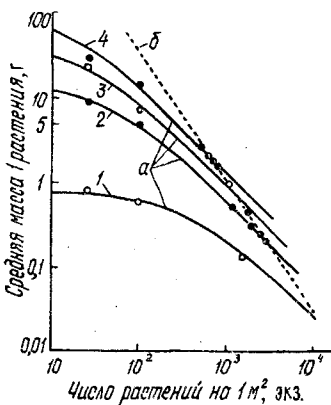


Рис. 2. Зависимость средней массы растения гречихи (*Fagopyrum sagittatum*) в абс. сухом состоянии от числа растений на 1 м<sup>2</sup>: а – семейство кривых, описываемых уравнениями обратной дроби; б – линия самоизреживания как огibaющая семейства кривых (описывающая правило 3/2). Результат густотного эксперимента [11] (посев при начальных густотах от 30 до 50:000 растений на 1 м<sup>2</sup>); 1 – 4 – число дней после посева соответственно 21, 35, 49 и 63

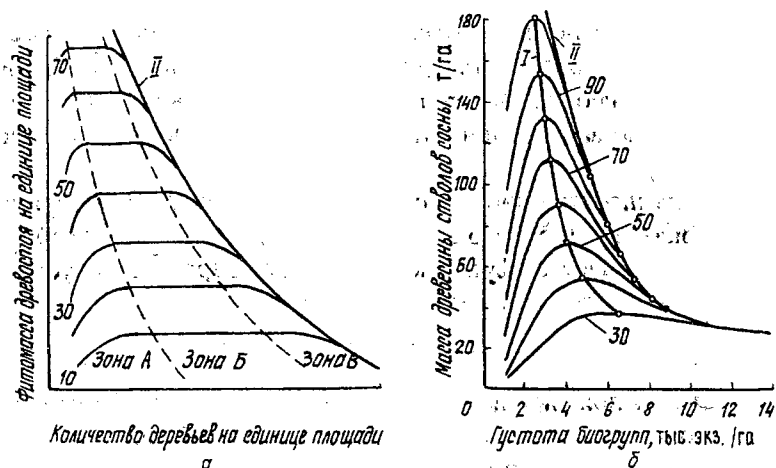


Рис. 3. Зависимость фитомассы древостоя от густоты для различных возрастов (10...90 лет) и линии самоизреживания II как огибающей семейства кривых: а – принципиальная схема с выделением зон неполного использования площади роста (А), полного (Б) и зоны самоизреживания (В) [13]; б – зависимость для стволов биогрупп сосны Казахского мелкосопочника; I – линия оптимальной густоты; II – линия самоизреживания [3]

Позднее П. Уэст [13] названные две концепции совместил аналогичным образом, однако они были выражены в терминах фитомассы древостоев на единице площади, а не массы среднего дерева (рис. 3, а). При этом каждая густотная кривая характеризовалась тремя специфическими участками: неполного использования площади роста (восходящая кривая А), полного (горизонтальный участок Б) и отрезок самоизреживания (нисходящий участок В). Семейство густотных кривых для некоторого возрастного диапазона сформировало зоны неполного использования площади роста (А), полного (Б) и самоизреживания (В), разделенные на рис. 3, а пунктирными линиями. Правые концы густотных кривых и в этом случае образовали огибающую кривую – линию самоизреживания, выше которой древостой не могут находиться в устойчивом состоянии.

Концепция П. Уэста [13] не подтверждена экспериментальными данными и не доведена до уровня аналитического описания. Это было выполнено в наших работах для массы стволовой древесины, отнесенной к единице площади биогрупп, в сосняках Казахского мелкосопочника (рис. 3, б) и в березняках семенного и порослевого происхождения в Северном Казахстане [3, 4]. Поскольку при аналитическом описании семейства густотных кривых двухфакторной регрессионной моделью [3, 4]

$$P_{бр} = f(A, N_{бр}), \quad (1)$$

где  $P_{бр}$  – фитомасса биогруппы, т/ условный га;

$A$  – возраст, лет;

$N_{бр}$  – густота биогруппы, тыс. экз./ условный га),

наличие горизонтального участка (зона *Б*) неочевидно, вместо зоны полного использования площади роста была выделена кривая оптимальной густоты (*I*), соединяющая вершины колоколообразных густотных кривых. Линия самоизреживания при этом выделена как линия предельной густоты (*II*).

Далее на примере биогрупп березовых древостоев Северного Казахстана было показано [3, 5], что фитомасса биогруппы  $P_{бр}$ , отнесенная к единице ее площади, является функцией не только возраста  $A$  и густоты  $N_{бр}$ , но и диаметра среднего дерева биогруппы  $D_{бр}$ , см:

$$P_{бр} = f(A, N_{бр}, D_{бр}). \quad (2)$$

Поскольку при фиксированных возрасте и густоте биогрупп диаметр среднего ствола варьирует в широком диапазоне, были выделены минимальный, средний и максимальный диаметры среднего дерева (соответственно  $D_{бр}^{мин}$ ,  $D_{бр}^{ср}$  и  $D_{бр}^{макс}$ ) и каждый аппроксимирован по фактическим значениям возраста и густоты. Полученная в итоге рекурсивная система уравнений [7]

$$\left. \begin{array}{l} I. \left\{ \begin{array}{l} D_{бр}^{мин} = f(A, N_{бр}); \\ D_{бр}^{ср} = f(A, N_{бр}); \\ D_{бр}^{макс} = f(A, N_{бр}); \end{array} \right. \\ \downarrow \\ II. P_{бр} = f(A, N_{бр}, D_{бр}) \end{array} \right\} \quad (3)$$

и результаты ее табулирования в последовательности, показанной стрелкой, дали возможность установить не линию (см. рис. 3, б), а полосу оптимума (рис. 4), которая соответствует зоне полного использования площади роста

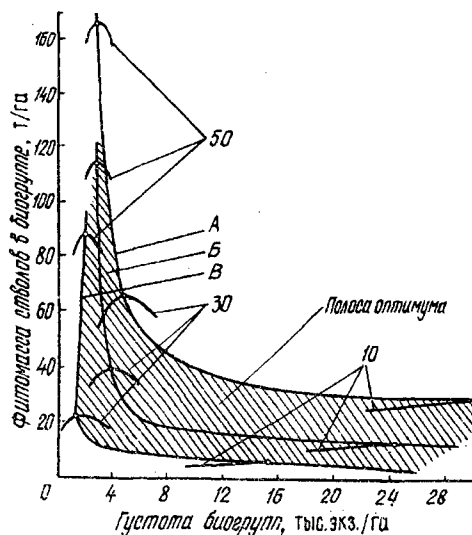


Рис. 4. Зависимость фитомассы стволов от густоты биогрупп березняков семенного происхождения I класса бонитета различного возраста (10...50 лет): *A*, *B*, *C* — линии оптимальной густоты соответственно при максимальном, среднем и минимальном диаметрах среднего дерева в биогруппах [5]

(Б) на рис. 3, а. Позднее было показано, что запас биогруппы  $M_{6r}$ , м<sup>3</sup>/га, фактически определяется четырьмя массообразующими показателями [9]:

$$M_{6r} = f(A, N_{6r}, D_{6r}, H_{6r}), \quad (4)$$

где  $H_{6r}$  – высота среднего дерева биогруппы, м.

В этом случае положение линии предельной густоты (линии самоизреживания) определяется расчетом и последовательным табулированием рекурсивной системы уравнений [9]

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } D_{6r}^{\max} = f(A, N_{6r}); \\ \downarrow \\ \text{II. } H_{6r}^{\max} = f(A, N_{6r}, D_{6r}); \\ \downarrow \\ \text{III. } M_{6r} = f(A, N_{6r}, D_{6r}, H_{6r}). \end{array} \right\} \quad (5)$$

В данной работе нами предпринята попытка рассчитать регрессионную модель предельных показателей фитомассы чистых одновозрастных березняков не на уровне биогрупп (как это было выполнено в работе [9]), а на уровне древостоев. Основой для расчетов послужил обширный экспериментальный материал, полученный в трех регионах: Северном Казахстане (Согровский и Полудинский лесхозы Северо-Казахстанской области на границе с Российской Федерацией, юг Западно-Сибирской низменности, зона лесостепи; Боровской и Аракарагайский лесхозы Кустанайской области в Тургайском прогибе, зона степи), Южном Урале (Кусинский лесхоз Челябинской области в Южноуральской провинции горных южнотаежных и смешанных лесов [1]) и Среднем Урале (Березовский лесхоз Свердловской области и Учебно-опытный лесхоз УГЛТА в Зауральской холмисто-предгорной провинции в подзоне южной тайги [1]). В названных трех регионах было заложено соответственно 40, 11 и 11 (всего 62) пробных площадей при возрасте сомкнутых древостоев от 5 до 90 лет в диапазоне типов леса от влажных до сухих, на которых взято по ступеням толщины соответственно 500, 100 и 97 (всего 697) модельных деревьев. Методика получения и характеристика экспериментальных данных фитомассы была изложена ранее [4 – 6].

По аналогии со структурой модели (4) запас древостоя  $M$ , м<sup>3</sup>/га, определяется четырьмя массообразующими показателями: возрастом  $A$ , лет; густотой  $N$ , тыс.экз./га; средними диаметром  $D$ , см, и высотой  $H$ , м. Для расчета динамики надземной фитомассы березняков по известной динамике запасов  $M$  применен переводной коэффициент  $P/M$ , т/м<sup>3</sup>, представляющий отношение массы  $i$ -й фракции (ствол, скелет кроны, листва) в абс. сухом состоянии, т/га, к запасу стволовой древесины, м<sup>3</sup>/га. Этот коэффициент, как и запас  $M$ , определяется одними и теми же четырьмя массообразующими показателями [8]. На основе содержательного анализа массива экспериментальных данных запасов и переводных коэффициентов 62 пробных площадей подобрана структура четырехфакторных регрессионных моделей:

Таблица 1

Константы, факторы, их сочетания и пока- затели адекватности уравнений	Значения констант и показателей адекватности уравнений (6)			
	для запаса стволовой древесины, м <sup>3</sup> /га	для переводных коэффициентов $P/M$ надземной фитомассы, т/м <sup>3</sup>		
		стволов	скелета кроны	листвы
$a_0$	1,149	1,388	6,330	-15,735
$a_1 \ln A$	-1,823	-2,538	10,510	22,101
$a_2 \ln^2 A$	-	-	-3,963	-9,307
$a_3 \ln^3 A$	-	-	0,254	0,732
$a_4 \ln N$	-	-	-7,456	-
$a_5 \ln^2 N$	-	-	0,876	-
$a_6 \ln D$	-	0,292	-13,117	-5,484
$a_7 H$	0,583	-	-	-
$a_8 H^2$	-	0,007	-	-
$a_9 \ln H$	-	-	-1,339	-
$a_{10} \ln^2 A \ln N$	-	-0,080	-	0,301
$a_{11} \ln A \ln N$	0,552	0,877	-	-1,224
$a_{12} H \ln^2 A$	-	0,017	-	-
$a_{13} H \ln A$	-0,047	-0,209	-	-
$a_{14} H \ln D$	-0,113	-	-	-
$a_{15} \ln D \ln H$	-	-	-	-3,635
$a_{16} H \ln N$	-0,072	0,054	-	-
$a_{17} \ln M \ln H$	-	-1,080	-	-
$a_{18} \ln A \ln D$	0,890	-	3,292	3,993
$a_{19} \ln A \ln H$	-	1,312	-	2,197
$a_{20} \ln M \ln D$	-	-	2,477	-
$R^2$	0,977	0,582	0,707	0,807
Стандартная ошибка уравнения $SE$	0,152	0,060	0,281	0,355

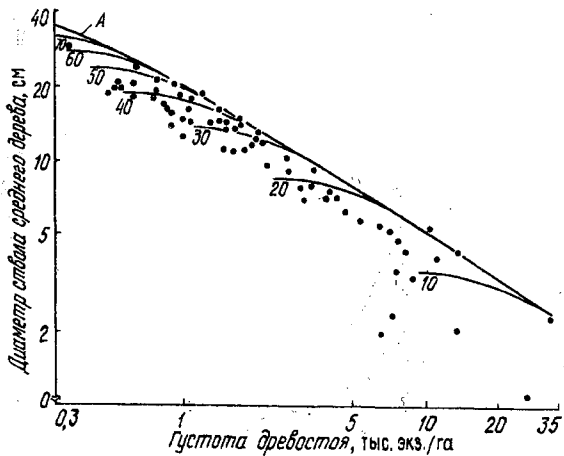
$$\ln Y = a_0 + a_1 \ln A + a_2 \ln^2 A + a_3 \ln^3 A + a_4 \ln N + a_5 \ln^2 N + a_6 \ln D + a_7 H + a_8 H^2 + a_9 \ln H + a_{10} \ln^2 A \ln N + a_{11} \ln A \ln N + a_{12} H \ln^2 A + a_{13} H \ln A + a_{14} H \ln D + a_{15} \ln D \ln H + a_{16} H \ln N + a_{17} \ln M \ln H + a_{18} \ln A \ln D + a_{19} \ln A \ln H + a_{20} \ln M \ln D, \quad (6)$$

где  $Y$  – запас древостоя  $M$ , м<sup>3</sup>/га, или переводной коэффициент  $P/M$ , т/м<sup>3</sup>.

Уравнения (6) были рассчитаны по программе SYSTAT с отбрасыванием переменных, значимых на уровне ниже  $t_{05}$ . Характеристика рассчитанных уравнений и значения их констант приведены в табл. 1.

Итак, запас древостоя на единице площади (и переводной коэффициент фитомассы) при заданном возрасте в предельном ценотическом состоянии, т. е. при максимально возможной густоте, определяется двумя основными массообразующими показателями – средним диаметром и средней высотой. Поэтому, как и при моделировании предельных показателей фитомассы березы на уровне биогрупп [9], вначале необходимо рассчитать траектории изменения диаметра среднего дерева, максимального для каждого класса возраста, и в пределах последнего – максимального для каждой градации густоты. Для получения исходных данных к расчету таких траекторий

Рис. 5. Кривые  $D_{\text{макс}} = f(N)$  для березняков в возрастах 10...70 лет, полученные табулированием уравнения (7) по задаваемым значениям возраста и густоты;  $A$  — линия самоизреживания



все экспериментальные данные (62 наблюдения) диаметров среднего дерева древостоя были распределены в двухходовую (по возрасту и густоте) матрицу и из каждой ячейки матрицы отобраны максимальные значения диаметра среднего дерева  $D_{\text{макс}}$ , см. Последние аппроксимированы зависимостью

$$\ln D_{\text{макс}} = -13,894 + 8,491 \ln A - 1,068 \ln^2 A + 3,489 \ln N - 0,257 \ln^2 N - 1,014 \ln A \ln N; R^2 = 0,990; SE = 0,083. \quad (7)$$

Положение траектории предельных состояний древостоев (огibaющей), описываемой уравнением (7), относительно экспериментальных данных показано на рис. 5.

Высота среднего дерева древостоя зависит не только от возраста и густоты, но и диаметра среднего дерева  $D$ . Поэтому для получения исходных данных для расчета траекторий изменения максимальных значений высот среднего дерева все экспериментальные данные высот (62 наблюдения) были распределены в трехходовую (по возрасту, густоте и диаметру среднего дерева) матрицу и из каждой ячейки матрицы отобраны максимальные значения высот среднего дерева. Последние аппроксимированы зависимостью

$$\ln H_{\text{макс}} = -0,902 + 1,547 \ln A - 0,288 \ln^2 A + 0,200 \ln A \ln D + 0,035 \ln N \ln D; R^2 = 0,959; SE = 0,109. \quad (8)$$

Для получения предельных траекторий (огibaющих) запаса стволовой древесины и фракций надземной фитомассы березняков уравнения (6) — (8) объединены в рекурсивную систему

$$\left. \begin{array}{l} \text{I. } D_{\text{макс}} = f(A, N); \\ \downarrow \\ \text{II. } H_{\text{макс}} = f(A, N, D); \\ \downarrow \\ \text{III. } M = f(A, N, D, H); \\ \downarrow \\ \text{IV. } P/M = f(A, N, D, H); \end{array} \right\} \quad (9)$$

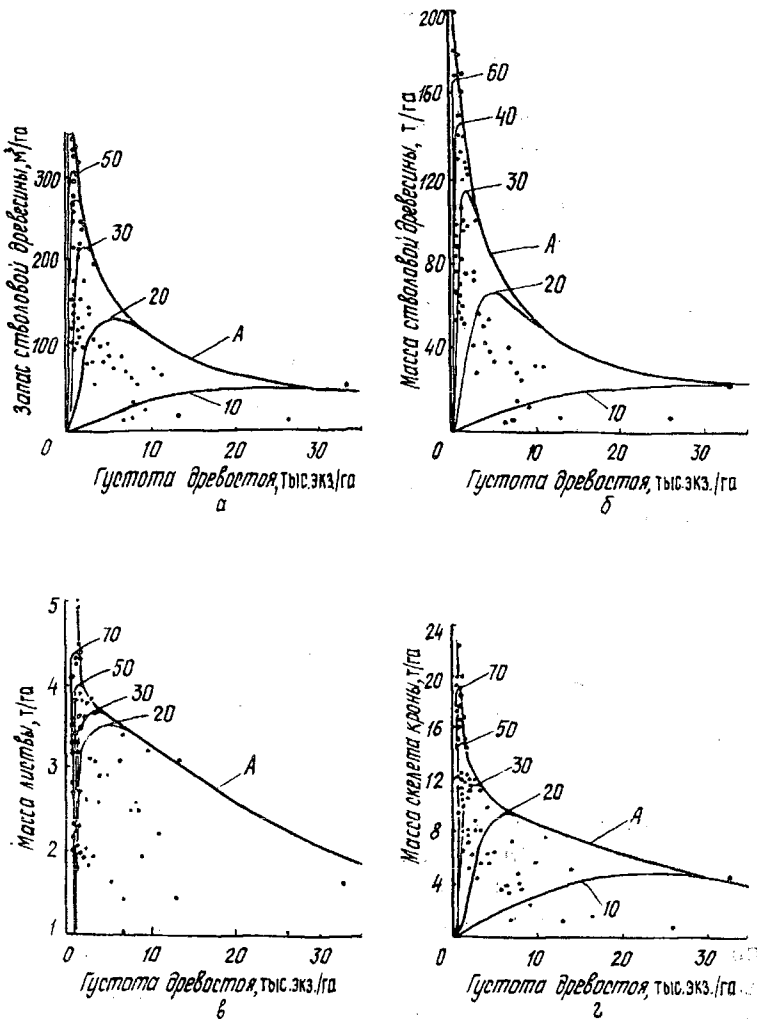


Рис. 6. Колоколообразные густотные кривые запаса ствольной древесины (а), массы стволов (б), массы листвы (в) и массы скелета кроны (г) березняков в абс. сухом состоянии для различных возрастов (10...70 лет), полученные последовательным табулированием рекурсивной системы (9); А – линия самоизреживания

табулированием которой в последовательности, показанной стрелками, получены семейства густотных кривых запасов ствольной древесины и фитомассы березняков по классам возраста. Правые ветви кривых образуют для запаса и фитомассы огибающие, положение которых относительно экспериментальных данных показано на рис. 6, а цифровые значения надземной фитомассы, предельной для задаваемых густот, приведены в табл. 2.



Таблица 2

Предельные показатели древостоев	Значения показателей при густоте древостоя, тыс. экз./га								
	1	2	3	5	10	15	20	25	35
Диаметр среднего дерева, см	20,5	13,5	10,6	7,9	5,2	4,0	3,3	2,9	2,3
Высота среднего дерева, м	21,4	17,5	15,5	12,7	9,6	8,0	6,9	6,1	5,0
Запас стволовой древесины, м <sup>3</sup> /га	330	250	220	170	110	80	65	55	45
Надземная фитомасса в абс. сухом состоя- нии, т/га:									
стволов	180	130	108	83	54	40	33	28	24
скелета кроны	21,0	16,2	15,0	13,2	10,8	9,4	8,1	7,0	5,0
листвы	5,4	3,9	3,8	3,6	3,2	2,9	2,6	2,3	1,9
всего	206,4	150,1	126,8	99,8	68,0	52,3	43,7	37,3	30,9

Предельные показатели запаса и надземной фитомассы березняков, рассчитанные по регрессионным моделям на уровне биогрупп с последующим пересчетом на древостой по корректировочному коэффициенту [9], отличаются от рассчитанных по моделям на уровне древостоев (рис. 6), (более близки к полученным здесь предельным значениям соответствующие показатели, рассчитанные опосредованно, через стратификацию по биогруппам, для порослевых березняков). Возможные причины расхождений состоят в том, что для стратификации по биогруппам были подобраны максимально сомкнутые древостои в ограниченном регионе Казахстана, а модели (6) рассчитаны по данным, полученным в некотором диапазоне полнот и лесорастительных условий в древостоях трех регионов.

Таким образом, использование рекурсивной системы регрессионных уравнений позволило описать траектории предельно возможных запасов стволовой древесины и надземной фитомассы березняков Урала и Казахстана. Древостои, имеющие более высокие значения названных показателей, не могут находиться в устойчивом состоянии. В какой-то момент они выходят за пределы огибающей, но вследствие срабатывания механизмов саморегуляции (самоизреживания) возвращаются на допороговый уровень показателей.

Предельная огибающая надземной фитомассы представляет собой геометрическое место точек пересечения  $i$  густотных кривых древостоев в смежных возрастах  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$  при их разности  $(A_{n+1} - A_n) \rightarrow 0$ . При экстраполяции смежных густотных кривых за пределы точки их пересечения кривая древостоев старшего возраста находится ниже кривой младшего возраста, однако теоретически таких древостоев не может быть. Этот вывод исходит из представления о линии самоизреживания одновозрастного древостоя в онтоценогенезе: густота древостоя в старшем возрасте не может быть равна или больше, чем в младшем возрасте.

Предельная огибающая надземной фитомассы представляет собой геометрическое место точек пересечения  $i$  густотных кривых древостоев в смежных возрастах  $A_1, A_2, A_3, \dots, A_i$  при их разности  $(A_{n+1} - A_n) \rightarrow 0$ . При экстраполяции смежных густотных кривых за пределы точки их пересечения кривая древостоев старшего возраста находится ниже кривой младшего возраста, однако теоретически таких древостоев не может быть. Этот вывод исходит из представления о линии самоизреживания одновозрастного древостоя в онтоценогенезе: густота древостоя в старшем возрасте не может быть равна или больше, чем в младшем возрасте.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Колесников Б.П., Зубарева Р.С., Смолоногов Е.П. Лесорастительные условия и типы лесов Свердловской области. - Свердловск: УНЦ АН СССР, 1973. - 176 с. [2]. Кофман Г.Б. Рост и форма деревьев. - Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1986. - 211 с. [3]. Усольцев В.А. Оценка показателей продуктивности в биогруппах разной густоты // Лесоведение. - 1985. - № 2. - С. 62-72. [4]. Усольцев В.А. Моделирование структуры и динамики фитомассы древостоев. - Красноярск: Изд-во Красноярск. ун-та, 1985. - 191 с. [5]. Усольцев В.А. Рост и структура фитомассы древостоев. - Новосибирск: Наука. Сиб. отд-ние, 1988. - 253 с. [6]. Усольцев В.А. Биоэкологические аспекты таксации фитомассы деревьев. - Екатеринбург: Изд-во УрО РАН, 1997. - 216 с. [7]. Усольцев В.А. Применение системы связанных регрессионных уравнений в лесоводственных исследованиях: Учеб. пособие. - Екатеринбург: УГЛТА, 1997. - 108 с. [8]. Усольцев В.А., Сальников А.А. Ход роста надземной фитомассы березняков Среднего Урала // Леса Урала и хозяйство в них. - Екатеринбург: УГЛТА, 1999. - Вып.19. - С. 240 - 252. [9]. Усольцев В.А., Усольцев А.В. Оценка предельных показателей продуктивности березовых древостоев по исходным данным составляющих их биогрупп // Лесн. журн. - 1996. - № 4-5. - С.12-21. - (Изв. высш. учеб. заведений). [10]. Ando T. Ecological studies on the stand density control in even-aged pure stands // Gov. For. Exp. Stn. - Tokyo, 1968. - Bul. 210. - P. 1-153. [11]. Drew T.J., Flewelling J.W. Some recent Japanese theories of yield-density relationships and their application to Monterey pine plantations // Forest Sci. - 1977. - Vol. 23, N 4. - P. 517-534. [12]. Kira T., Shinozaki K. Intraspecific competition among higher plants. VII. Logistic theory of the C-G effect. // J. Inst. Polytech. Osaka City Univ. - 1956. - Vol. 7 (ser. D). - P. 35-72. [13]. West P.W. Density management diagrams and thinning practice in monoculture // Foresrty - Satisfying National and Regional Needs: The 2nd Joint Conf. of the Inst. of Foresters of Australia and New Zealand Inst. of Foresters Inc. - 1985, Hobart, Tasmania. - P. 163-168. [14]. White J. The allometric interpretation of the self-thinning rule // J. Theor. Biol. - 1981. - Vol. 89. - P. 475-500. [15]. Yoda K. a. o. Intraspecific competition among higher plants. XI. Self-thinning in over-crowded pure stands under cultivated and natural conditions / K. Yoda, T. Kira, H. Ogawa, K. Hozumi // J. Biol. - Osaka City Univ., 1963. - Vol. 14. - P. 107-129.

Поступила 12 февраля 1997 г.