

УДК 624. 16. 042. 5. 001. 24

В.П. СТУКОВ

Архангельский государственный технический университет



Стуков Валерий Павлович родился в 1941 г., окончил в 1963 г. Архангельский лесотехнический институт, кандидат технических наук, профессор кафедры инженерных конструкций и архитектуры Архангельского государственного технического университета. Имеет около 70 печатных работ в области исследований работы и расчета балок комбинированного сечения, составленных из древесины и бетона; пространственных методов расчета балочных пролетных строений мостов.

РАСЧЕТ БАЛКИ КОМБИНИРОВАННОГО СЕЧЕНИЯ

Рассмотрен расчет балки комбинированного сечения с жесткими связями между ветвями при колебаниях температуры методом начальных параметров в матричной форме.

The estimation of the combined section beam characterized by tight coupling of branches at temperature fluctuations has been investigated by the method of initial parameters in matrix form.

Одна из особенностей работы балок комбинированного сечения, составленных из различных материалов, при воздействии колебаний температуры – возникновение температурных напряжений в отдельных их элементах.

В поперечном сечении, где ребро из клееной древесины соединено с железобетонной плитой для совместной работы, коэффициенты теплопередачи составляют для бетона 0,50 ... 1,86, для древесины 0,175 ккал·(ч·м²·°С) [3]. Коэффициенты линейной температурной деформации равны соответственно (0,7 ... 1,0)·10⁻⁵ и (1,7 ... 3,6)·10⁻⁶ град⁻¹. Авторы работ [1,2] отмечают, что напряженное состояние балок из древесины и железобетона определяется существенным различием коэффициентов их температурной деформации.

Разность деформаций ветвей $\Delta \epsilon_t$ балки при перепаде температуры находят по выражению

$$\Delta \epsilon_t = \epsilon_{tб} - \epsilon_{td} = (\alpha_b - \alpha_d) \Delta t, \quad (1)$$

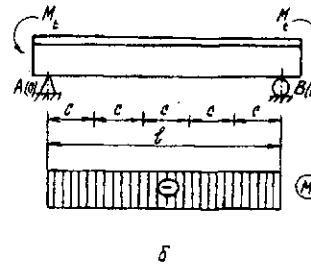
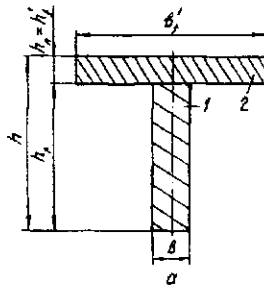
где $\epsilon_{tб}$, ϵ_{td} – деформации бетона и древесины;

$\alpha_б, \alpha_д$ – коэффициенты температурной деформации бетона и древесины;

Δt – разность температур, $\Delta t = t_p - t_0$ (t_p – наибольшая средняя максимальная или минимальная температура оси балки при наибольших годовых колебаниях температуры; t_0 – температура включения в работу железобетонной плиты).

При повышении температуры комбинированная балка прогибается вверх. Изгибающий момент M в балке постоянен. Она изгибается по дуге окружности с кривизной $1/r = \text{const}$. При решении задачи напряженного состояния будем иметь подобный случай при условии, если к однопролетной свободно опертой балке приложены изгибающие моменты $M_{оп} = M_t$ (см. рисунок), где M_t – изгибающий момент от изменения температуры Δt .

К расчету балки комбинированного сечения: a – поперечное сечение; l – балка из клееной древесины толщиной b ; 2 – железобетонная плита шириной b_f и толщиной h_n ; b – схема балки на двух опорах и эпюра изгибающих моментов



Момент M_t можно определить по формуле [5]:

$$M_t = 1/r E_n I_{red} = \frac{E_d I_{red}}{2I_{red} / (Ah) + h/2} \Delta \epsilon_t, \quad (2)$$

где I_{red} – момент инерции приведенного сечения комбинированной балки;

$I_{red} = I_p + \nu I_n$ (I_p, I_n – моменты инерции сечений ребра и плиты);

$$A = \frac{1}{A_p} + \frac{1}{\nu A_n} \quad (A_p, A_n \text{ – площади сечений ребра и плиты});$$

$$\nu = \frac{E_б}{E_д} \quad (E_б, E_д \text{ – модули упругости бетона и древесины});$$

h – высота сечения балки.

Для определения деформаций и усилий в сечениях с шагом C по длине однопролетной свободно опертой балки, нагруженной на опорах моментами M_t (см. рисунок), приведем расчет по методу начальных параметров в матричной форме, используя матрицы эпюр деформаций и усилий при изгибе балки с абсолютно жесткими связями между ветвями.

В расчетах используем общее решение линейного дифференциального уравнения изгиба неразрезной балки постоянного поперечного сечения на упруго поворачивающихся опорах, представленное в виде четырех уравнений в работе [4].

Для рассматриваемого случая жесткость μ на кручение опор равна нулю, и основная балка представляет собой обыкновенную балку постоянного сечения.

Уравнение для определения величин y , φ , M , Q от сосредоточенных моментов на опорах балки в матричной форме имеет вид

$$\bar{y}_n = \begin{bmatrix} y_{n_i} \\ \varphi_{n_i} \\ M_{n_i} \\ Q_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n & -C_n & -D_n \\ -D_n & A_n & -B_n & -C_n \\ C_n & D_n & A_n & B_n \\ B_n & C_n & -D_n & A_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_{0_i} \\ \varphi_{0_i} \\ M_{0_i} \\ Q_{0_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_n & C_0 \\ B_n & B_0 \\ -A_n & -A_0 \\ D_n & D_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = \Phi \bar{y}_0 + \bar{\Delta}_{M_t}, \quad (3)$$

где \bar{y}_n – вектор, определяющий прогиб балки на n -й опоре;

Φ – матрица функций влияния начальных параметров на величины y , φ , M , Q ;

\bar{y}_0 – вектор начальных параметров для n -й опоры;

$\bar{\Delta}_{M_t}$ – вектор функций влияния сосредоточенного момента M_t на величины y , φ , M , Q .

В работе [4] приведены функции влияния для основной балки, представляющей обыкновенную однородную балку постоянного сечения:

$$A_n = A_n' = A_n'' = A_n''' = 1; B_n = B_n'' = nc; B_n' = n \frac{c}{EI_{red}}; C_n = C_n' = n^2 \frac{c^2}{2EI_{red}}; \quad (4)$$

$$C_n'' = C_n''' = 0; D_n = n^3 \frac{c^3}{6EI_{red}}; D_n' = D_n'' = D_n''' = 0; B_n'''' = 0,$$

где n – число пролетов неразрезной балки и участков длиной c однопролетной свободно опертой балки.

Выражение для балки, загруженной моментами M_t на опорах, имеет

вид

$$\bar{y}_n = \begin{bmatrix} y_{n_i} \\ \varphi_{n_i} \\ M_{n_i} \\ Q_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & B_n & -C_n & -D_n \\ 0 & A_n & -B_n & -C_n \\ 0 & 0 & A_n & B_n \\ 0 & 0 & 0 & A_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} y_{0_i} \\ \varphi_{0_i} \\ M_{0_i} \\ Q_{0_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_n & C_0 \\ B_n & B_0 \\ -A_n & -A_0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = \Phi \bar{y}_0 + \bar{\Delta}_{M_t}. \quad (5)$$

В выражении (5) учтены соотношения между функциями влияния (4).

При определении начальных параметров учитываем условия опирания балки на опорах A и B (см. рисунок):

$$y_0 = M_0 = y_n = M_n = 0. \quad (6)$$

Для нахождения неизвестных начальных параметров составляем систему уравнений. С этой целью используем выражения для M_{n_i} и y_{n_i} из (5) и условие (6). Получаем уравнение для определения начальных параметров φ_0 и Q_0 :

$$\begin{bmatrix} M_{n_i} \\ y_{n_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & B_n \\ B_n & -D_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_{0_i} \\ Q_{0_i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -A_n & -A_0 \\ C_n & C_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = 0; \quad (7)$$

$$\begin{bmatrix} 0 & B_n \\ B_n & -D_n \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} \varphi_{0_i} \\ Q_{0_i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_n & A_0 \\ -C_n & -C_0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} \quad (8)$$

или

$$A\bar{y}_0 = \bar{\Delta}_{M_t}. \quad (8')$$

Правая часть равенства (8') представляет матрицу свободных членов системы уравнений. Решив систему относительно φ_0 и Q_0 , получим

$$\bar{\Delta}_{0M_t} = A^{-1} \bar{\Delta}_{M_t}. \quad (9)$$

Здесь A^{-1} – обратная матрица,

$$A^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & B_n \\ B_n & -D_n \end{bmatrix}. \quad (10)$$

Ординаты эпор y , φ , M , Q найдем из выражений (5) и (6):

$$y_{n_i} = \varphi_{0_i} B_n - Q_{0_i} D_n + M_t (C_n + C_0); \quad (11)$$

$$\varphi_{n_i} = \varphi_{0_i} A_n - Q_{0_i} C_n + M_t (B_n' + B_0'); \quad (12)$$

$$M_{n_i} = Q_{0_i} B_n - M_t (A_n + A_0); \quad (13)$$

$$Q_{n_i} = Q_{0_i} A_n. \quad (14)$$

Матрицы эпор имеют вид:

а) прогибов

$$\bar{y}_{M_t} = \begin{bmatrix} B_0 & -D_0 \\ B_1 & -D_1 \\ B_2 & -D_2 \\ \dots & \dots \\ B_{n-1} & -D_{n-1} \\ B_n & -D_n \end{bmatrix} \times \bar{\Delta}_{0M_t} + \begin{bmatrix} C_0 & 0 \\ C_1 & 0 \\ C_2 & 0 \\ \dots & \dots \\ C_{n-1} & 0 \\ C_n & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = \Phi_y \bar{\Delta}_{0M_t} + \bar{\Delta}_{y, M_t}; \quad (15)$$

б) углов поворота

$$\bar{\Phi}_{M_t} = \begin{bmatrix} A_0 & -C_0 \\ A_1 & -C_1 \\ A_2 & -C_2 \\ \dot{A}_{n-1} & -\dot{C}_{n-1} \\ A_n & -C_n \end{bmatrix} \times \bar{\Delta}_{0M_t} + \begin{bmatrix} B'_0 & 0 \\ B'_1 & 0 \\ B'_2 & 0 \\ \dot{B}'_{n-1} & \dot{0} \\ B'_n & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = \Phi_{\bar{\Delta}_{0M_t}} + \bar{\Delta}_{\Phi M_t}; \quad (16)$$

в) изгибающих моментов

$$\bar{M}_{M_t} = \begin{bmatrix} 0 & B_0 \\ 0 & B_1 \\ 0 & B_2 \\ \dot{0} & \dot{B}_{n-1} \\ 0 & B_n \end{bmatrix} \times \bar{\Delta}_{0M_t} - \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ A_1 & 0 \\ A_2 & 0 \\ \dot{A}_{n-1} & \dot{0} \\ A_n & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} M_t \\ M_t \end{bmatrix} = \Phi_{\bar{M}_{0M_t}} - \bar{\Delta}_{M_t M_t}; \quad (17)$$

г) поперечных сил

$$\bar{Q}_{M_t} = \begin{bmatrix} 0 & A_0 \\ 0 & A_1 \\ 0 & A_2 \\ \dot{0} & \dot{A}_{n-1} \\ 0 & A_n \end{bmatrix} \times \bar{\Delta}_{0M_t} = \Phi_{\bar{Q}_{0M_t}} \quad (18)$$

Во втором столбце функций влияния матриц $\bar{\Delta}_{y, M_t}$, $\bar{\Delta}_{\Phi, M_t}$,

$\bar{\Delta}_{M_t, M_t}$, $\bar{\Delta}_{Q, M_t}$ имеем $A_0 = C_0 = B'_0 = 0$, поскольку находим деформации и

усилия в сечении слева от опоры B до действия опорного момента M_t на этой опоре.

В расчетах, связанных с понижением температуры, знаки моментов в матрице моментов M_t следует изменить на противоположный.

Предложенные формулы позволяют рассчитывать деформации и усилия от температурных воздействий. При необходимости их рассматривают совместно с деформациями и усилиями от постоянных и временных нагрузок.

Программа расчета «COMBY-T», составленная на языке ФОРТРАН, позволяет получить комплект выходных матриц эпюр прогибов, углов поворота, изгибающих моментов и поперечных сил в сечениях по длине балки.

В работе [4] рассмотрен вопрос о реконструкции балочного моста с пролетами $l = 18,0$ м через р. Лявлю на автодороге Архангельск-Косково, где деревоклеенные балки объединены с железобетонной плитой. Нами по-

лучено, что изгибающий момент от полной расчетной нагрузки (постоянная нагрузка + НК-80) составил 1299,9 кН·м, нормальные напряжения в нижних волокнах ребра из клееной древесины $\sigma = 9,34$ МПа.

Расчеты данного пролетного строения при повышении температуры на $\Delta t = 35$ °С дали следующие результаты:

$$\bar{y}_{M_t} = \begin{bmatrix} 0 \\ -0,560 \cdot 10^{-2} \\ -0,746 \cdot 10^{-2} \\ -0,566 \cdot 10^{-2} \\ 0 \end{bmatrix} \text{ м; } \bar{\varphi}_{M_t} = \begin{bmatrix} -0,167 \cdot 10^{-2} \\ -0,080 \cdot 10^{-2} \\ 0 \\ 0,080 \cdot 10^{-2} \\ 0,167 \cdot 10^{-2} \end{bmatrix} \text{ рад; } \bar{M}_{M_t} = \begin{bmatrix} -375,4 \\ -375,4 \\ -375,4 \\ -375,4 \\ -375,4 \end{bmatrix} \text{ кН} \cdot \text{ м;}$$

$$\bar{Q}_{M_t} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{ кН.}$$

Нормальные напряжения в нижних волокнах ребра при повышении в них температуры являются сжимающими и равны 2,25 МПа. При понижении температуры они будут растягивающими и составят 24,0 % от растягивающих напряжений при полной расчетной нагрузке.

Таким образом, нами установлена необходимость учета температурных напряжений при проектировании балок комбинированного сечения, составленных из древесины и железобетона.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1]. Кулиш В.И. Клееные деревянные мосты с железобетонной плитой. - М.: Транспорт, 1979. - 160 с. [2]. Мельников Ю.О. Влияние температурных деформаций на напряженное состояние деревобетонных мостовых балок // Тр. СибАДИ. - 1971. - № 4. - С. 87-96. [3]. Справочник инженера-конструктора жилых и общественных зданий. - М.: Стройиздат, 1975. - 439 с. [4]. Стуков В.П. К вопросу применения клееной древесины в мостовых конструкциях // Лесн. журн. - 1993. - № 5-6. - С. 73-76. - (Изв. высш. учеб. заведений). [5]. Стуков В.П. Учет температурных напряжений в мостовых балках из клееной древесины и железобетона // Лесн. журн. - 1998. - № 4. - С. 60-65. - (Изв. высш. учеб. заведений).

Поступила 31 мая 1996 г.