

УДК 539.4 : 674.815

Ю. Ф. ЧЕРНЫШЕВ, Н. И. ОСТРОУХОВА

Красноярский государственный технический университет

**ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПИИ
НА НАПРЯЖЕНИЯ В ДЕРЕВЯННОЙ ВТУЛКЕ**

Рассмотрена задача нахождения напряжений в деревянной осесимметричной втулке, испытывающей внешнее и внутреннее давление. Определены пределы применимости гипотезы об изотропности материала втулки.

The problem of calculating stresses in axisymmetric bushing suffering both internal and external pressure has been considered. The applicability range of bushing material isotropy's hypothesis is determined.

Для древесины всех пород характерна сильно выраженная анизотропия. Модули упругости древесины для направлений вдоль и поперек волокон у некоторых пород различаются по величине более чем в 30 раз, а пределы прочности — в 40 раз.

Анизотропны и производные древесные материалы — фанера, различные древесные слоистые пластики (ДСП-Б, ДСП-В), прессованная и модифицированная древесина всех видов. Однако ее механические свойства недостаточно освещены в литературе по сравнению со стеклопластиками [1].

При изучении напряженно-деформированного состояния изделий из древесины большинство исследователей со времени опубликования работ Савара (1830 г.) и Сен-Венана (1856 г.) предписывают ей схему ортогональной анизотропии по аналогии с кристаллами кубической системы.

Химическая (полимерами) и радиационно-химическая модификации позволяют резко увеличить влаго- и водостойкость, стабильность размеров, а также уменьшить анизотропию древесины путем увеличения ее прочности и уменьшения деформативности в направлениях, не совпадающих с направлением волокон. В результате чего древесине можно предписать расчетную схему поперечно (трансверсально) изотропного или транстропного материала.

Снижение анизотропии достигается при ее пропитке расплавленными металлами (легкоплавкие сплавы на основе олова или свинца) [3, 8]. В этом случае можно принять расчетную схему изотропного материала.

Ряд исследователей [4, 6, 9] при определении технологических и температурно-влажностных напряжений и перемещений в деревянных втулках подшипников скольжения считают возможным делать предположение об изотропности материала втулки.

Принятие гипотезы об изотропности материала толстостенной деревянной втулки значительно упрощает расчет ее напряженно-деформированного состояния и в некоторых случаях бывает оправданным, так как дает незначительную ошибку. Ошибка, в основном, зависит от

коэффициента анизотропии втулки $K = \sqrt{E_\theta/E_r}$ и ее относительного геометрического размера $\alpha = r_2/r_1$. Здесь E_θ , E_r — модули упругости в тангенциальном и радиальном направлениях; r_2 , r_1 — внутренний и внешний радиусы втулки.

Цель данной работы — установить пределы применимости гипотезы изотропности для втулок подшипников из древесных материалов.

Нами рассмотрена осесимметричная ортотропная деревянная втулка, нагруженная сначала внешним, а затем внутренним давлением. Общее решение этой задачи было получено в работах [2, 5].

Поскольку преобладающую роль в создании напряженно-деформированного состояния толстостенной втулки играют тангенциальные напряжения, ограничимся анализом этих напряжений.

Представим формулу тангенциальных напряжений для толстостенной ортотропной втулки в общем случае загрузки [2, 5]:

$$\sigma_\theta = K \frac{P_2 r_1^{-(K+1)} - P_1 r_2^{-(K+1)}}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} - r_1^{-(K+1)} r_2^{K-1}} r^{K-1} - K \frac{P_1 r_2^{K-1} - P_2 r_1^{K-1}}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} - r_1^{-(K+1)} r_2^{K-1}} r^{-(K+1)}. \quad (1)$$

Здесь P_1 , P_2 — соответственно внешнее и внутреннее давления на втулку;

r — текущий радиус.

Для определения технологических и температурно-влажностных напряжений и перемещений в анизотропной втулке подшипника рассмотрим частные случаи общего решения (1).

Втулка нагружена внешним давлением. В этом случае $P_1 = P$, $P_2 = 0$. Выражение (1) примет вид

$$\sigma_\theta = \frac{K [r_2^{-(K+1)} r^{K-1} + r_2^{K-1} r^{-(K+1)}]}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} - r_1^{-(K+1)} r_2^{K-1}} (-P). \quad (2)$$

Определим напряжение в точках, расположенных у внешней поверхности втулки, для чего в формулу (2) подставим $r = r_1$ и вынесем за скобки первое слагаемое числителя и знаменателя:

$$\sigma_\theta = \frac{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} K [1 + r_1^{-K-1-K+1} r_2^{K-1+K+1}]}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} [1 - r_1^{-K-1-K+1} r_2^{K-1+K+1}]} (-P).$$

После сокращения и введения величины $\alpha = r_2/r_1$, получим тангенциальное напряжение на внешнем волокне втулки

$$\sigma_\theta = \frac{K (1 + \alpha^{2K})}{1 - \alpha^{2K}} (-P). \quad (3)$$

Затем определим напряжения в точках у внутренней поверхности втулки. Подставив в (2) $r = r_2$ и вынеся за скобки первое слагаемое знаменателя, будем иметь

$$\sigma_\theta = \frac{2Kr_2^{-2}}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} [1 - r_1^{-2K} r_2^{2K}]} (-P).$$

После введения величины α получим тангенциальное напряжение на внутреннем волокне ортотропной втулки

$$\sigma_\theta = \frac{2K\alpha^{K-1}}{1 - \alpha^{2K}} (-P). \quad (4)$$

Подставив в формулы (3), (4) величину $K = 1$, вычислим тангенциальные напряжения в изотропной втулке:

на внешнем волокне

$$\sigma_{\theta} = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} (-P); \quad (5)$$

на внутреннем волокне

$$\sigma_{\theta} = \frac{2}{1 - \alpha^2} (-P). \quad (6)$$

Такие же величины тангенциальных напряжений на внешнем и внутреннем волокнах толстостенной изотропной втулки при действии на нее внешнего давления приведены в работе [7].

Втулка нагружена внутренним давлением. В этом случае $P_2 = P, P_1 = 0$. Формула (1) примет вид

$$\sigma_{\theta} = K \frac{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} + r_1^{-(K+1)} r_2^{K-1}}{r_1^{K-1} r_2^{-(K+1)} - r_1^{-(K+1)} r_2^{K-1}} (P). \quad (7)$$

Определим напряжения в точках, расположенных у внешней поверхности втулки, для чего в (7) подставим $r = r_1$ и вынесем за скобки первое слагаемое в знаменателе. Тангенциальное напряжение на внешнем волокне ортотропной втулки

$$\sigma_{\theta} = \frac{2K\alpha^{K+1}}{1 - \alpha^{2K}} (P). \quad (8)$$

При определении напряжения в точках, расположенных у внутренней поверхности втулки, подставим в (7) $r = r_2$ и вынесем за скобки первое слагаемое числителя и знаменателя. После введения величины α тангенциальное напряжение на внутреннем волокне ортотропной втулки

$$\sigma_{\theta} = \frac{K(1 + \alpha^{2K})}{1 - \alpha^{2K}} (P). \quad (9)$$

Подставив в формулы (8), (9) величину $K = 1$, получим напряжения в изотропной втулке:

на внешнем волокне

$$\sigma_{\theta} = \frac{2\alpha^2}{1 - \alpha^2} (P); \quad (10)$$

на внутреннем волокне

$$\sigma_{\theta} = \frac{1 + \alpha^2}{1 - \alpha^2} (P). \quad (11)$$

Аналогичные формулы напряжений приведены в [7].

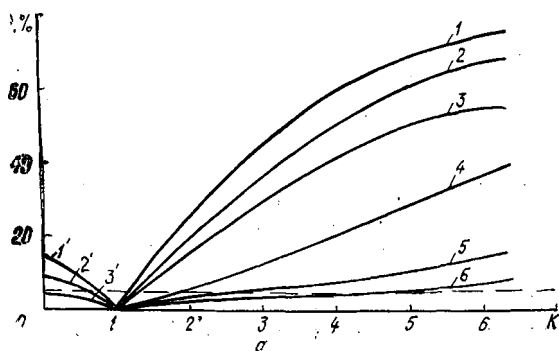
Тангенциальные напряжения на внешнем волокне втулки при действии внешнего давления (3) и напряжения на внутреннем волокне втулки при действии внутреннего давления (9) равны по величине и обратны по знаку. В дальнейшем такие напряжения будем обозначать σ_1 . Им соответствуют напряжения (5), (11) на внешнем и внутреннем волокнах при действии на изотропную втулку соответственно внешнего и внутреннего давлений. Напряжения (5) и (11) также равны и обратны по знаку.

Тангенциальные напряжения на внутреннем волокне ортотропной втулки при действии внешнего давления (4) обозначим σ_{11} . Соответствующие им тангенциальные напряжения изотропной втулки определим по формуле (6).

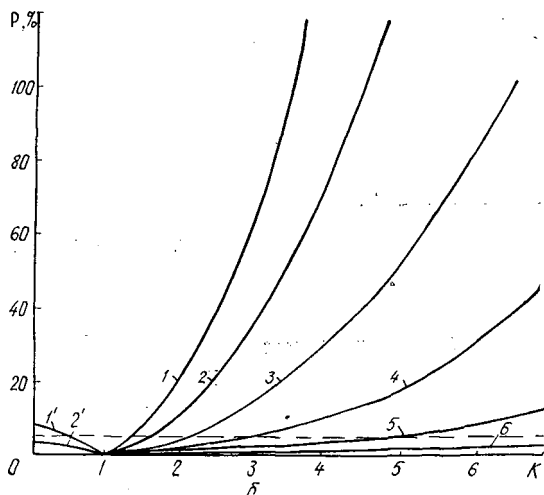
Напряжения на внешнем волокне ортотропной втулки при действии внутреннего давления обозначим σ_{III} . Соответствующие им тангенциальные напряжения изотропной втулки найдем по формулам (10).

Для сравнительной оценки были определены σ_I , σ_{II} , σ_{III} и эти же напряжения при $K = 1$, а также найдено процентное расхождение (P) между ними при изменении K от 0,01 до 7,00. Расчет проведен для втулок с $\alpha = 0,50 \dots 0,95$.

По результатам расчетов построены графики (см. рисунок) зависимости между K и процентом расхождения σ_I , σ_{II} , σ_{III} с напряжениями, рассчитанными по формулам Ламе. (Графики, расположенные вблизи пунктирной линии, могут быть рассчитаны по формулам Г. Ламе для изотропных материалов. Ошибка определения лежит в пределах 5... 10 %.)



Расхождение P напряжений σ_I (а) и σ_{II} , σ_{III} (б) в зависимости от K при различных значениях α : 1, 1' — $\alpha = 0,50$; 2, 2' — $0,60$; 3, 3' — $0,70$; 4 — $0,80$; 5 — $0,90$; 6 — $0,95$.



В ходе анализа результатов установлено значительное расхождение между σ_I , σ_{II} , σ_{III} . Например, σ_I , σ_{II} больше σ_{III} соответственно в 8,1 и 4,0 раза (при $K = 3,00$ и $\alpha = 0,50$).

Отмечено, что расхождения σ_{II} и σ_{III} , подсчитанных по формулам для анизотропной и изотропной втулок, равны при любых K и α .