

О РАСЧЕТЕ ПО ЭЛАСТИКОВОЙ ТЕОРИИ СИГАР И ПУЧКОВ ПУЧКОВЫХ ПЛОТОВ ДЛЯ СЛУЧАЯ НАХОЖДЕНИЯ ИХ НАПЛАВУ

А. Г. ВОРОБЬЕВ

Профессор

Исходная идея расчета пучка (или сигары) * для случая нахождения их «наплаву» была изложена нами в [2]. По этой идее пучок (или сигара) уподоблялись части матерчатого невесомого, бесконечно длинного цилиндрического рукава, наполненного двумя несжимаемыми, несмещающимися «пучковыми» жидкостями. Одна из них расположена выше зеркала воды, в которой плавают пучок или сигара, другая — ниже. Плоскость зеркала воды является плоскостью раздела этих жидкостей. Объемный вес жидкости, находящейся выше плоскости раздела, равен

$$\Gamma_2 = \nu\gamma, \quad (1)$$

а объемный вес жидкости, расположенной ниже плоскости раздела

$$\Gamma_1 = \nu(\gamma_0 - \gamma), \quad (2)$$

где: γ — объемный вес плотной древесины, γ_0 — объемный вес воды ($\gamma_0 = 1000 \text{ кг/м}^3$ для пресной воды и несколько больше в случае плавления в морской воде) и ν — коэффициент полнодревесности**. При этом «вес» нижней пучковой жидкости направлен необычно, а именно вверх, в противоположность «силе тяжести» верхней жидкости, которая направлена обычным образом, то есть вниз. Происхождение концепции о «весе» нижней жидкости, направленной вверх, понятно: он («вес») является, собственно, ничем иным, как результатом действия известной выталкивающей силы, определяемой по закону Архимеда и действующей на бревно со стороны воды. Таким образом, упомянутый «вес» нижней пучковой жидкости есть в сущности «всплывная сила» бревен.

Приняв концепцию, изложенную выше, используем ее так, как это предусмотрено еще в [2]. Как там выяснено, весь овал поперечного сече-

* В [1] дано изложение расчета по эластиковой теории пучков пучковых плотов для случая нахождения их на суше. В настоящей работе дается изложение способа расчета по той же теории пучков пучковых плотов для случая нахождения их наплаву. При этом оказывается, что методика расчета пучка для этого случая может быть распространена и на расчет сигар.

** Так как настоящая статья является естественным продолжением работы [1], то в основном смысл обозначений остается прежним.

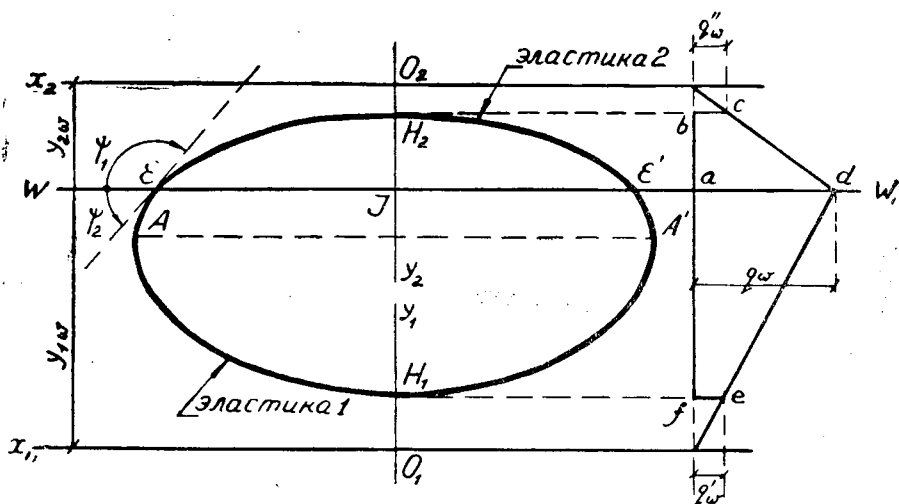


Рис. 1.

ния пучка или сигары можно составить из кусков двух бесперегибных эластик $EAN_1 A' E'$ (рис. 1) и $EH_2 E'$, сопряженных на уровне поверхности зеркала воды WW_1 , удовлетворяя некоторым условиям (о них речь далее). Легко понять, что это следует и из изложенного в [1]. При этом $EAN_1 A' E'$ на рис. 1 настоящей статьи является ничем иным, как частью $EA_1 E_1 HE_1' AE'$ на рис. 1 работы [1], а $EH_2 E'$ на том же рис. 1 статьи — частью $E_1' HE_1$ рис. 1 работы [1].

Сопряжение обеих эластик в точках E и E' , очевидно должно удовлетворять следующим шести условиям:

а) ширины эластик EE' на уровне зеркала воды должны быть одинаковыми;

б) касательные к обеим эластичкам в точках E и E' должны быть общими;

в) площадь поперечного сечения пучка (сигары) должна быть заданной;

г) подразделение пучка (сигары) на надводную (выше уровня $w\omega_1$) и подводную (ниже $w\omega_1$) части должно удовлетворять закону Архимеда и, наконец;

д) давления «пучковых» («сигарных») жидкостей на уровне зеркала воды ($w\omega_1$) должны быть заданными и взаимно-уравновешивающимися (два условия).

В [1] приведены параметрические уравнения бесперегибной элаستي (2) и (3), которые дают возможность выразить первое условие в виде равенства:

$$x_{1w} = x_{2w} \quad (3)$$

где: $x_{1w} = EI$ на рис. 1 для нижней (подводной) части элаستي, а $x_{2w} = EI$ на той же фигуре для верхней (надводной) части элаستي

Второе условие приводит к равенству:

* В дальнейшем нижнюю (подводную) часть сечения пучка будем называть эластикой 1, а верхнюю — эластикой 2 (рис. 1).

$$\psi_1 + \psi_2 = 180^\circ, \quad (4)$$

где ψ_1 и ψ_2 — углы, показанные на рис. 1.

Третье условие можно записать в виде:

$$\Omega_1 + \Omega_2 = \Omega, \quad (5)$$

где Ω_1 = площ. $EIE'A'N_1AE$ (подводной части сечения), а Ω_2 = площ. $EIE'E_2E$ (надводной части сечения).

Четвертое условие приводит к равенству:

$$\Omega_1 \Gamma_1 = \Omega_2 \Gamma_2 \quad (6)$$

(условие равенства всплывной силы нижней части пучка или сигары и веса верхней их части).

Наконец, пятое и шестое условия «д» позволяют записать:

$$q_{w1} = q_w \quad (7)$$

и

$$q_{w2} = q_w \quad (8)$$

В них q_{w1} — давление на поверхность раздела со стороны элаستيку 1, q_{w2} — давление на поверхность со стороны элаستيку 2. q_w в (7) и (8) считаем заданным*.

Развертываем равенство (3), вспоминая, что

$$x_{1w} = \frac{1}{4} H_1 f_1, \quad (9)$$

где h_1 — некоторая длина (постоянная), характерная для элаستيку 1, а

$$f_1 = f(\Theta_1, \varphi_1) = 2 \{ (2 - \sin^2 \Theta_1) [K(\Theta_1) - F(\Theta_1, \varphi_1)] - 2 [E(\Theta_1) - E(\Theta_1, \varphi_1)] \}. \quad (10)$$

В (10) Θ_1 некоторый угол, характерный, как и H_1 , для элаستيку 1, φ_1 — угол, соответствующий определенной эластике 1.

Аналогично

$$x_{2w} = \frac{1}{4} H_2 f_2, \quad (11)$$

где: H_2 — некоторая длина (постоянная), характерная для элаستيку 2, а

$$f_2 = f(\Theta_2, \varphi_2) = 2 \{ (2 - \sin^2 \Theta_2) [K(\Theta_2) - F(\Theta_2, \varphi_2)] - 2 [E(\Theta_2) - E(\Theta_2, \varphi_2)] \}. \quad (12)$$

В (12) опять Θ_2 — некоторый угол, характерный, как и H_2 , уже для элаستيку 2, а φ_2 — угол, соответствующий определенной точке элаستيку 2. Из (3), (9), (11) имеем:

$$H_1 f_1 = H_2 f_2. \quad (13)$$

На основании формулы (7) работы [1] можно написать далее, что

* Полезно отметить, что задание q_w означает задание силы давления бревен друг на друга на уровне зеркала воды. Эта величина характеризует сопротивление бревен выбиванию их из пучка (сопротивление размольванию).

$$\psi_1 = 180^\circ - 2\varphi_1 \quad (14)$$

и

$$\psi_2 = 180^\circ - 2\varphi_2. \quad (15)$$

Из (4), (14) и (15)

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ. \quad (16)$$

Из (5) и (6) легко видеть, что

$$\Omega_1 = \frac{\Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \Omega,$$

и

$$\Omega_2 = \frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2} \Omega,$$

или, вводя обозначения:

$$\frac{\Gamma_2}{\Gamma_1 + \Gamma_2} = \delta^*$$

и

$$\frac{\Gamma_1}{\Gamma_1 + \Gamma_2} = \varepsilon^{**}$$

Последние обозначения позволяют записать

$$\Omega_1 = \Omega \delta \quad (19)$$

$$\Omega_2 = \Omega \varepsilon \quad (20)$$

На основании формул (10) и (11) работы [1], придерживаясь принятых там обозначений, имеем

$$\Omega_1 = \frac{1}{2} f'_1 H_1^2 \quad (21)$$

и

$$\Omega_2 = \frac{1}{2} f'_2 H_2^2, \quad (22)$$

где

$$f'_1 = f'(\Theta_1, \varphi_1) = f_1 \Delta_1 - \sin^2 \Theta_1 \cdot \sin 2\varphi_1 \quad (23)$$

$$f'_2 = f'(\Theta_2, \varphi_2) = f_2 \Delta_2 - \sin^2 \Theta_2 \cdot \sin 2\varphi_2 \quad (24)$$

В (23) и (24) все обозначения понятны, за исключением Δ_1 и Δ_2 .

* Между прочим, на основании (1) и (2)

$$\Gamma_1 + \Gamma_2 = \gamma_0$$

и

$$\delta = \frac{\gamma}{\gamma_0}. \quad (17)$$

** На основании (1) и (2).

$$\varepsilon = \frac{\gamma_0 - \gamma}{\gamma_0} = \frac{\Phi}{\gamma_0} = 1 - \delta, \quad (18)$$

где: Φ — объемная всплывная сила плотной древесины (в воде, объемный вес которой γ_0)

Эти две величины — вспоминаем формулу (5) работы [1] — выражаются следующим образом:

$$\Delta_1 = \Delta(\theta_1, \varphi_1) = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_1 \sin^2 \varphi_1},$$

$$\Delta_2 = \Delta(\theta_2, \varphi_2) = \sqrt{1 - \sin^2 \theta_2 \sin^2 \varphi_2}.$$

Подставляя (21) в (19) имеем:

$$f'_1 H_1^2 = 2\Omega\delta, \quad (25)$$

аналогично

$$f'_2 H_2^2 = 2\Omega\epsilon. \quad (26)$$

Наконец, на основании формулы (3) работы [1]

$$y_{1w} = H_1 \Delta_1 \quad (27)$$

и

$$y_{2w} = H_2 \Delta_2, \quad (28)$$

где y_{1w} и y_{2w} — ординаты точки ε (рис. 1) в осях $x_1 O_1 y_1$ с одной стороны и в осях $x_2 O_2 y_2$ с другой. А так как

$$q_{w1} = \Gamma_1 y_{1w} \quad (29)$$

и

$$q_{w2} = \Gamma_2 y_{2w}, \quad (30)$$

то из (7), (27) и (29) имеем:

$$H_1 \Delta_1 = \frac{q_{w1}}{\Gamma_1}, \quad (31)$$

а из (8), (28) и (30) —

$$H_2 \Delta_2 = \frac{q_{w2}}{\Gamma_2}. \quad (32)$$

Легко видеть, что (13), (16), (25), (26), (31) и (32) образуют замкнутую систему уравнений с шестью неизвестными H_1 , H_2 , θ_1 , θ_2 , φ_1 и φ_2 , если Ω и q_w заданы (как нами пока и предполагается). Если удастся эту систему решить (впоследствии мы покажем, как это можно сделать), то, пользуясь уравнениями (2) и (3) работы [1], можно найти любой параметр поперечного сечения пучка или сигары. В частности можно определить ширину, высоту, осадку, «надводный борт», ширину по ватерлинии и т. д., вплоть до построения сечения по точкам с желаемой степенью точности. Мало того, по формуле

$$\Pi = L_1 + L_2 = H_1 F'_1 \sin^2 \theta_1 + H_2 F'_2 \sin^2 \theta_2,$$

где

$$F'_1 = F'(\theta_1, \varphi_1) = K(\theta_1) - F(\theta_1, \varphi_1)$$

и

$$F'_2 = F'(\theta_2, \varphi_2) = K(\theta_2) - F(\theta_2, \varphi_2)$$

можно определить требуемую длину обвязок. По формулам *

$$S = \frac{1}{8} l H_1^2 \Gamma_1 \sin^2 \Theta_1 \quad (33)$$

или

$$S = \frac{1}{8} l H_2^2 \Gamma_2 \sin^2 \Theta_2 \quad (34)$$

можно найти расчетное усилие в обвязках пучка пучкового плота (предполагается наличие двух обвязок). Наконец, по легко выводимым формулам:

$$S = \frac{1}{4} \lambda H_1^2 \Gamma_1 \sin^2 \Theta_1 \quad (35)$$

или

$$S = \frac{1}{4} \lambda H_2^2 \Gamma_2 \sin^2 \Theta_2, \quad (36)$$

где: λ — расстояние между двумя соседними обвязками сигары, можно найти расчетные усилия в ее обвязках. При этом степень совпадения результатов, получаемых по формулам (33) и (34) для пучка и по формулам (35) и (36) для сигары, является хорошим критерием правильности решения системы (13), (16), (25), (26), (31) и (32). Впрочем, опыт практического решения нами таких систем показал, что более чувствительным критерием этой правильности является отношение $\frac{\delta_1}{\Omega_2}$, которое должно получаться равным $\frac{\delta}{\varepsilon} = \frac{\gamma}{\Phi}$.

Система уравнений (13), (16), (25), (26), (31) и (32) не является наиболее удобной для практического решения задачи. Ее можно упростить, сведя решение к системе из четырех уравнений с четырьмя неизвестными. Для этого делим уравнение (25) на возведенное в квадрат уравнение (31). Получаем

$$\frac{f'_1}{\Delta_1^2} = \frac{2\Omega\Gamma_1^2\delta}{q^2 w} \quad (37)$$

Аналогичным образом из (26) и (32) находим:

$$\frac{f'_2}{\Delta_2^2} = \frac{2\Omega\Gamma_2^2\varepsilon}{q^2 w} \quad (38)$$

Далее из (31) и (32) вытекает, что

$$\Gamma_1 H_1 \Delta_1 = \Gamma_2 H_2 \Delta_2.$$

Разделив (13) на последнее равенство, получим:

$$\frac{f_1}{\Gamma_1 \Delta_1} = \frac{f_2}{\Gamma_2 \Delta_2},$$

или, имея в виду (1), (2) и

$$\gamma_0 - \gamma = \Phi,$$

окончательно запишем:

$$\frac{f_1}{\Phi \Delta_1} = \frac{f_2}{\gamma \Delta_2} \quad (39)$$

* Эти формулы выведены в [1] в виде формулы (13).

В результате получаем замкнутую систему, состоящую из четырех уравнений: (16), (37), (38) и (39) с четырьмя неизвестными (φ_1 , φ_2 , Θ_1 и Θ_2).

После решения системы нахождение H_1 и H_2 не представляет затруднений, если вспомнить формулы (31) и (32).

Однако система уравнений (16), (37), (38), (39) не является еще простейшей. Можно создать более удобную для решения систему, если заметить, что перекрестным перемножением формул (17) и (18) можно получить:

$$\gamma\epsilon = \Phi\delta.$$

Тогда из (37) и (38)

$$\frac{f'_1}{\Phi\Delta_1^2} = \frac{f'_2}{\gamma\Delta_2^2}.$$

Если последнее выражение разделить на (39), то находим

$$\frac{f'_1}{f_1\Delta_1} = \frac{f'_2}{f_2\Delta_2}.$$

Подставляя сюда f'_1 и f'_2 из формул (23) и (24) с учетом (16), получаем окончательно:

$$\frac{f_1\Delta_1}{\sin^2\Theta_1} = \frac{f_2\Delta_2}{\sin^2\Theta_2}$$

или

$$f_1\Delta_1 \operatorname{cosec}^2\Theta_1 = f_2\Delta_2 \operatorname{cosec}^2\Theta_2.$$

Таким образом, удается составить наиболее удобную для решения задачи систему. Еще раз переписываем ее:

$$\varphi_1 + \varphi_2 = 90^\circ, \quad (40)$$

$$f_1\Delta_1 \operatorname{cosec}^2\Theta_1 = f_2\Delta_2 \operatorname{cosec}^2\Theta_2, \quad (41)$$

$$\frac{f'_1}{\Delta_1^2} = M_1 \quad (42)$$

и

$$\frac{f'_2}{\Delta_2^2} = M_2, \quad (43)$$

$$M_1 = \frac{2\Omega\Gamma_1^2\delta}{q_w^2} = \frac{2\sqrt{2}\Omega\Phi\delta}{q_w^2},$$

где

$$M_2 = \frac{2\Omega\Gamma_2^2\epsilon}{q_w^2} = \frac{2\sqrt{2}\Omega\gamma^2\epsilon}{q_w^2}.$$

Мы считаем невозможным из-за краткости статьи давать изложение процесса системы (40) — (43). Скажем лишь, что оно возможно только численно, и мы решали ее этим способом неоднократно. При этом, как обычно в таких случаях, ее следует приближенно решать сначала, например, графически, а потом уточнять полученные значения корней аналитически. Для последней цели пользовались классическим способом Ньютона, дававшим даже в первом приближении вполне удовлетвори-

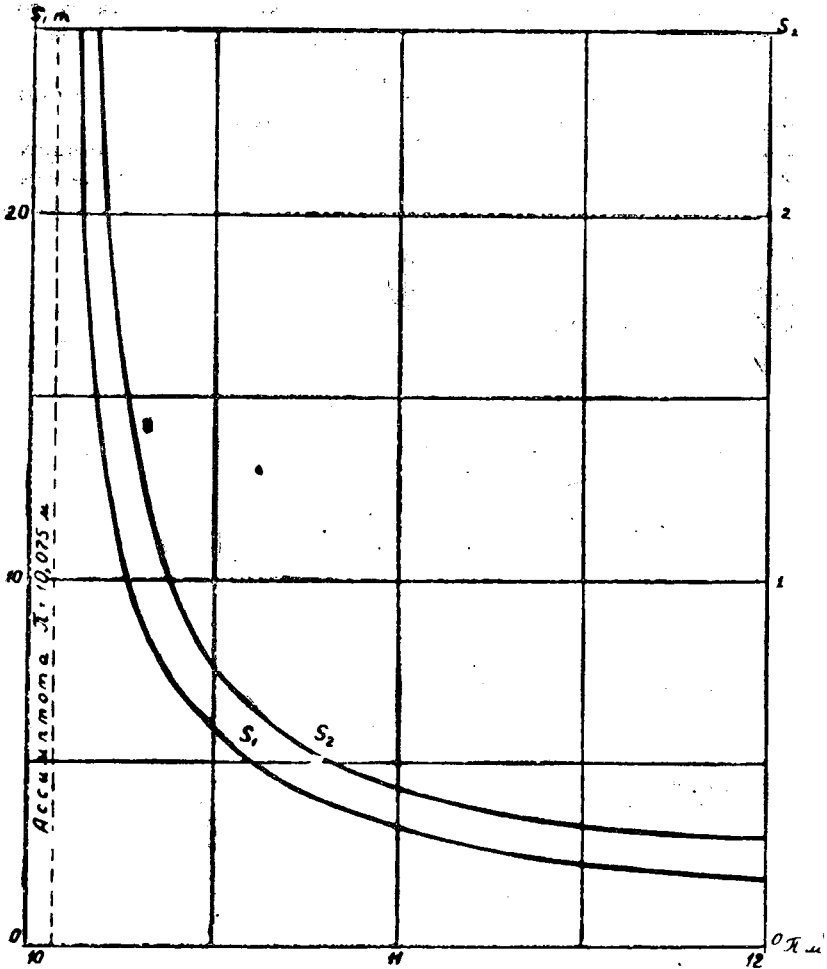


Рис. 2.

тельные результаты. Следует отметить, впрочем, что и графическое решение, о котором была речь, тоже часто уже дает цифры, приемлемые для инженерного расчета пучка или сигары*.

Рассмотрим численный пример. Произведем расчет пучка для случая нахождения его на плаву. При этом воспользуемся результатами расчета пучка для случая нахождения его на суше. Этот расчет был приведен в работе [1] ($V = 35,0 \text{ м}^3$; $l = 6,50 \text{ м}$; $\gamma = 800 \text{ кг/м}^3$ и $\nu = -\frac{2}{3}$). С помощью изложенного в настоящей работе метода получена прилагаемая таблица. Смысл приводимых величин в ней должен быть понятен за исключением величин h_1 , h_2 , q'_w , q''_w , B , b , C и t . Из этих восьми величин $h_1 = O_1 H_1$; $h_2 = O_2 H_2$ (рис. 1), q'_w и q''_w показаны на рис. 1, B — ширина пучка (AN на рис. 1), b — высота его ($H_1 H_2$ на рис. 1), $C = \frac{B}{b}$ —

* Наш графический способ решения уравнения, о котором упоминается в настоящей работе, здесь за недостатком места описан быть не может. Следует лишь отметить, что его не следует смешивать с графическим расчетом пучка (сигары) данным А. Л. Можевитиновым [3].

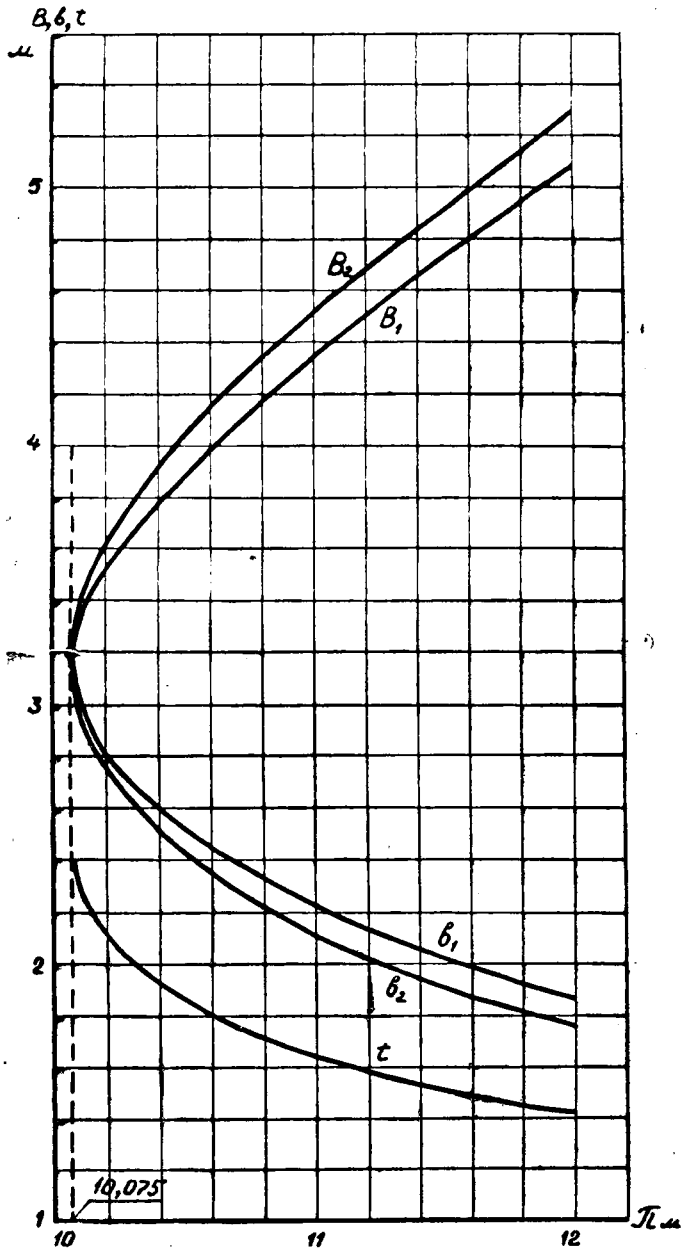


Рис. 3.

так называемый коэффициент формы и t — величина осадки пучка (ИВ на рис. 1).

Весьма интересно сопоставить на одних и тех же графиках результаты зависимости Π от величин $S, B, b, t, C, q'_0, q'_w$ и q''_w с одной стороны для случая расположения пучка на суше, с другой — для случая расположения того же пучка наплаву. В данном случае мы сделали это

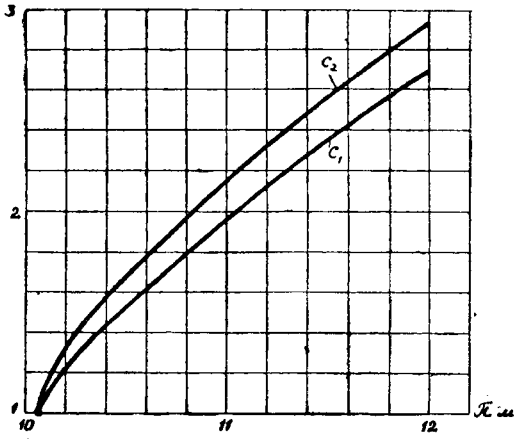


Рис. 4.

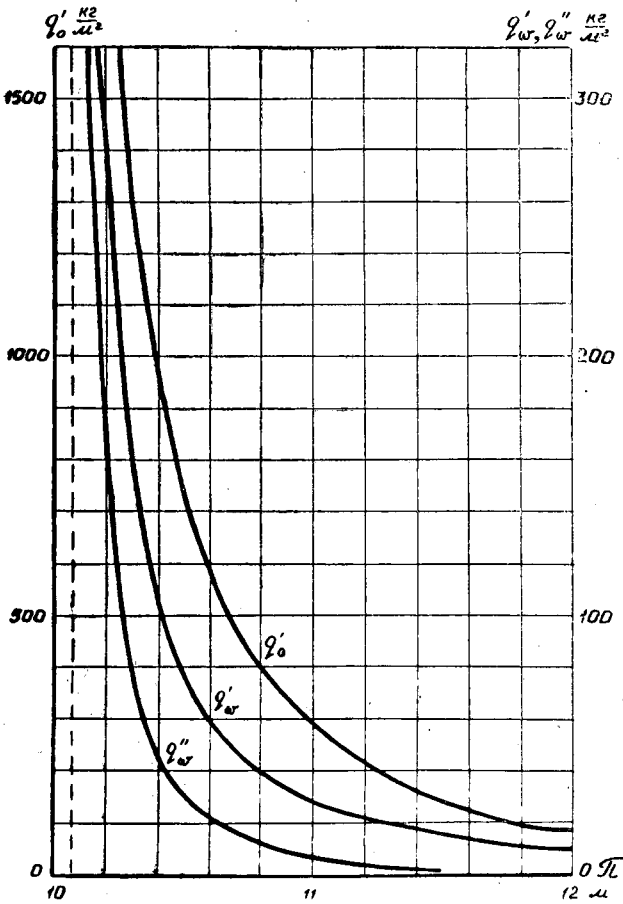


Рис. 5.

$\frac{q\omega}{\kappa\zeta}$ м ²	φ_1	φ_2	θ_1	θ_2	H_1 м	H_2 м	h_1 м	h_2 м	$\frac{q'\omega}{\kappa\zeta}$ м ²	$\frac{q''\omega}{\kappa\zeta}$ м ²	B м	b м	C	t м	l м	S кг
200	29°00'	61°00'	87°32'	89°55'	1,714	0,779	0,074	0,001	9,8	0,6	5,260	1,802	2,918	1,426	11,967	291
232	26°36'	63°24'	85°16'	89°36'	1,944	0,948	0,160	0,007	21,4	3,5	4,701	1,998	2,353	1,580	11,238	398
332	27°12'	62°48'	77°16'	87°10'	2,782	1,356	0,613	0,067	81,75	35,7	3,980	2,432	1,637	1,877	10,470	797
400	27°24'	62°36'	79°23'	85°00'	3,338	1,607	1,010	0,140	134,7	74,7	3,828	2,600	1,473	1,990	10,309	1103
500	27°48'	62°12'	66°37'	81°57'	4,149	1,943	1,647	0,272	219,6	145,1	3,752	2,769	1,355	2,103	10,273	1588
600	28°24'	61°36'	61°48'	78°51'	4,956	2,227	2,342	0,431	312,3	229,7	3,566	2,852	1,250	2,158	10,166	2069
∞	30°16'	59°44'	0°00'	0°00'	∞	∞	∞	∞	∞	∞	3,208	3,208	1,000	2,393	10,075	∞

Примечание: φ_1 и φ_2 в первой строке явно ошибочны. Их следует выправить, например, по способу Ньютона.

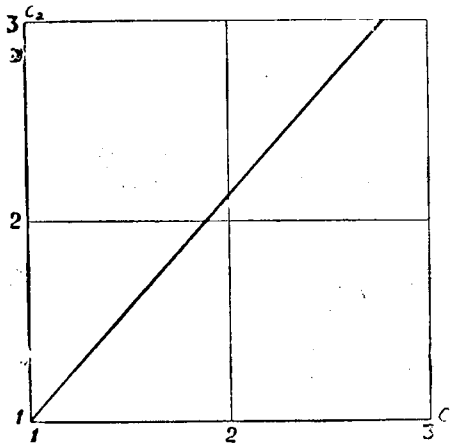


Рис. 6.

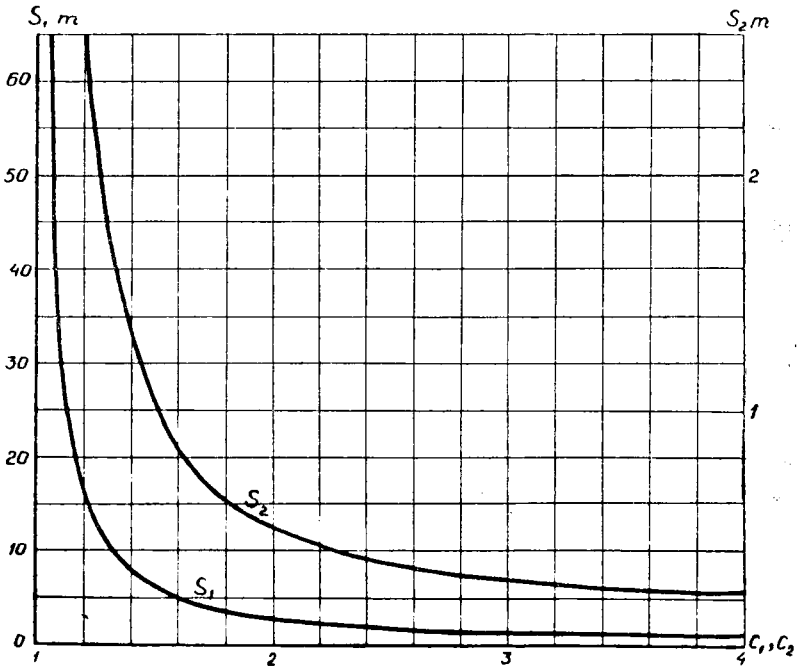


Рис. 7.

в применении к рассчитанному нами пучку на рис. 2—5*. Из графиков виден весь ход отмеченных величин при использовании обвязок различной длины. Это уже само по себе важно, так как дает проектировщику ценные указания о целесообразном конструировании пучка с заданными V , l , γ , и ν , о проходимости его на сплавных путях заданной глубины и ширины, о прочности пучка с точки зрения степени опасности его раз-

* На рисунках цифра «1» относится к случаю «на суше», цифра «2» — к случаю «наплаву».

молевания и т. д. Однако, эти, так сказать, первичные графики дают возможность строить вторичные (производные), подобные изображенным, например, на рис. 6 или 7. Из них график, представленный на рис. 7, для лесосплавщиков обычен и потому в особых пояснениях не нуждается. Особого внимания заслуживает график на рис. 6. Он дает качественный и количественный ответ на чрезвычайно важный для практики лесосплава вопрос: как меняется после спуска на воду коэффициент формы S пучка, собранного на берегу. Видно, что по эластиковой теории S_2 всегда больше S_1 *. Это увеличение поддается количественной оценке.

ЛИТЕРАТУРА

[1]. А. Г. Воробьев, О расчете по эластиковой теории пучков пучковых плотов для случая нахождения их на суше, «Лесной журнал» № 4, ИВУЗ, [2]. А. Г. Воробьев, Об естественной форме поперечных сечений пучков пучковых плотов. «Высшее Арктическое Морское Училище им. адмирала Макарова, Ученые записки, ВАМУ им. Макарова II, Л.-М., 1951». [3]. А. Л. Можевитинов, Форма сечения и натяжения обвязок морских плотов, Диссертация (машинописная рукопись в библиотеке ЛПИ), Ленинград, 1947.

* Представлялось бы интересным этот вывод проверить на опыте.

Поступила в редакцию
17 апреля 1958 г.