УДК 338.27: 330.46

К ВОПРОСУ ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ АЖИОТАЖНОГО СПРОСА

© ***С.В. Ершов, канд. техн. наук, доц.***
Северный (Арктический) федеральный университет имени М.В. Ломоносова,
наб. Северной Двины, д. 17, Архангельск, Россия, 163002; e-mail: svershov@gmail.com

Предложена модификация модели распространения «эпидемии» Кермака–МакКендрика для использования при прогнозировании развития ажиотажного спроса. Здоровыми можно считать участников рынка, не делающих запасы нужного товара, больными («зараженными») – поддавшихся панике. Использование этой модели для описания ажиотажного спроса позволяет, подобрав интенсивность заражения и выздоровления, прогнозировать динамику зараженных (поддавшихся панике), но никоим образом не позволяет прогнозировать изменение цены. Модифицированная модель дает возможность прогнозировать динамику изменения цены на товар при ажиотажном спросе. Ажиотажный спрос возможен как на потребительском рынке, так и на рынке промышленной продукции, если этот рынок близок к рынку совершенной конкуренции, а ценовым регулятором является баланс между спросом и предложением. К таким рынкам и товарам можно отнести пиломатериалы, целлюлозу, картон, бумагу. К уравнениям Кермака–МакКендрика, описывающим распространение эпидемии, добавлено уравнение, отражающее баланс спроса и предложения на рынке товара. Интенсивность «заболевания» и «выздоровления» рассматривают как линейные функции цены. Модифицированная модель содержит пять настраиваемых параметров (коэффициентов), для определения которых необходимо, по крайней мере, пять наблюдений изменения спроса. На примере гофрированного картона рассмотрено численное решение системы дифференциальных уравнений модифицированной модели. Установлено, что применение подобной модели позволяет прогнозировать изменение цены при наличии, по крайней мере, пяти наблюдений изменения спроса.

Ключевые слова: спрос, предложение, цена, ажиотажный спрос, эластичность спроса.

Ажиотажный спрос – спрос на товары первой необходимости, определяемый не реальной потребностью, а поведенческими мотивами. В основе ажиотажа могут быть слухи о недостаточном количестве товара, скором повышении цен, срыве поставок и т. п. Поверившие слухам покупатели начинают делать запасы, продажи растут, товар постепенно исчезает с полок магазинов, и слухи начинают «сбываться». Это подталкивает других покупателей делать запасы, и процесс развития ажиотажного спроса начинает питать сам себя. Как правило, ажиотаж сопровождается резким ростом цены. «Соляная паника» 2006 г., сопровождающаяся почти десятикратным ростом цен на поваренную соль, объективно ничем не обоснованный рост цен на гречневую крупу в 2010 г. показали, что необходимо отслеживать начинающийся ажиотажный спрос и применять упреждающие меры. Для этих целей важно иметь математическую модель развития ажиотажного спроса.

Ажиотажный спрос может возникнуть не только на потребительском рынке, но и на рынке промышленной продукции, если этот рынок близок к рынку совершенной конкуренции и ценовым регулятором является баланс между спросом и предложением. К таким рынкам и товарам принадлежат пиломатериалы, целлюлоза, картон, бумага. Следует отметить, что ажиотажный спрос относится к классу лавинообразных процессов, развивающихся по закону цепной реакции.

В области изучения лавинообразных процессов наибольшее распространение получили модели, основанные на модели распространения эпидемии, предложенной Кермаком и МакКендриком в 1927 г. [2]. Суть ее заключается в следующем.

Обозначим:

$s(t)$ – доля здоровых, но восприимчивых к инфекции людей;

$i(t)$ – доля инфицированных (больных), распространяющих инфекцию людей;

$r(t)$ – доля обладающих иммунитетом к болезни (изначально невосприимчивых, а также переболевших);

t – время.

Тогда общая численность людей – величина постоянная:

$$s(t) + i(t) + r(t) = 1.$$

Динамика отдельных групп описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\rho s(t)i(t); \quad \frac{di(t)}{dt} = \rho s(t)\, i(t) - qi(t); \quad \frac{dr}{dt} = qi(t), \tag{1}$$

где ρ – интенсивность заражения;

q – интенсивность выздоровления.

Это так называемая *SIR*-модель эпидемии, которая отражает интуитивное понимание зависимости скоростей изменения количественного состава этих трех групп от достигнутых значений этого количественного состава и оперирует понятиями интенсивности. Здоровыми можно считать участников рынка, не делающих запасы нужного товара, больными – поддавшихся панике. Использование этой модели для описания ажиотажного спроса позволяет, подобрав интенсивность заражения и выздоровления, прогнозировать динамику зараженных (поддавшихся панике), но никоим образом не позволяет прогнозировать изменение цены (рис. 1).

Для описания валютной паники В.Н. Данич предложил значительно более сложную модель, основанную на балансе потока ресурса (деньги, товары, валюта) в узлах экономической системы (центральный банк, коммерческие банки, розничные торговцы, потребители) [1].

Построим более простую модель, добавив еще одно уравнение, отражающее изменение цены товара, к системе (1). Предположим, что скорость поступления товара в торговую сеть (темпы производства) – величина постоянная, обозначим ее W_0. Это и будет предложение товара.

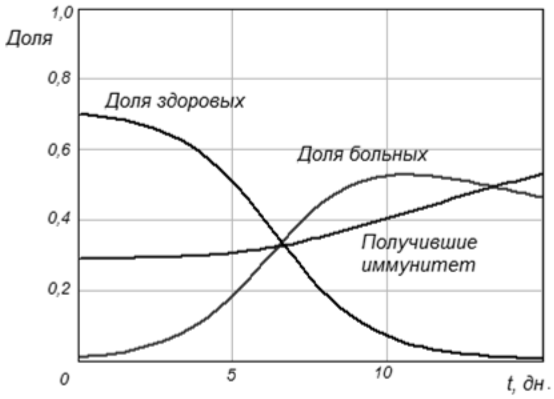


Рис. 1. Результат применения модели Кермака–МакКендрика ($\rho = 1$, $q = 0{,}05$)

Логично предположить, что дополнительный спрос на товар пропорционален количеству покупателей, охваченных паникой (зараженных). Тогда движущей силой изменения цены будет прирост дополнительного спроса, выраженного в денежном измерении (дополнительный спрос минус дополнительное предложение):

$$\frac{k\, i(t)}{W_0} P(t) - \frac{P(t) - P_0}{W_0} W_0,$$

где $P(t)$ – цена товара;

P_0 – начальная цена товара.

Окончательно получим:

$$\frac{dP(t)}{dt} = K\left[i(t)\frac{k}{W_0} - 1\right] P(t) + KP_0, \qquad (2)$$

где K – коэффициент, переводящий разницу спроса и предложения в скорость изменения цены;

k – коэффициент, переводящий количество зараженных в спрос.

Именно такой подход использован в работе [2]. Логично предположить, что коэффициенты ρ и q в системе (1) зависят от цены. Повышение цены – это информационный сигнал к панике. Разница между текущей $P(t)$ и начальной P_0 ценой усиливает ажиотаж, поэтому

$$\rho(t) = \rho\left\{1 + b\left[\frac{P(t) - P_0}{P_0}\right]\right\}, \qquad (3)$$

где b – коэффициент пропорциональности.

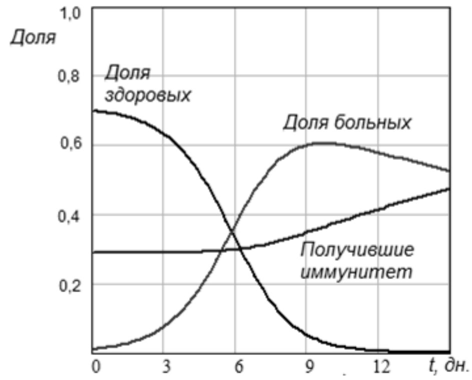
В свою очередь, повышение цены вследствие эластичности спроса должно привести к его уменьшению:

$$q(t) = q\frac{P(t) - P_0}{P_0}. \qquad (4)$$

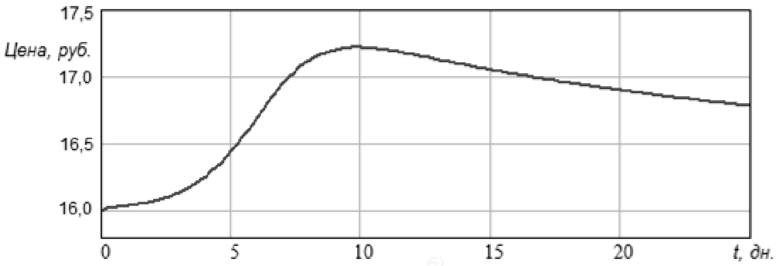
Подставив (3) и (4) в (1) и добавив (2), получим новую систему уравнений первого порядка:

$$\frac{ds(t)}{dt} = -\rho\left\{1 + \mathrm{b}\left[\frac{P(t) - P_0}{P_0}\right]\right\} s(t)i(t);$$
$$\frac{di(t)}{dt} = \rho\left\{1 + \mathrm{b}\left[\frac{P(t) - P_0}{P_0}\right]\right\} s(t)i(t) - q\frac{P(t) - P_0}{P_0}i(t);$$
$$\frac{dr(t)}{dt} = q\frac{P(t) - P_0}{P_0}i(t) \qquad (5)$$
$$\frac{dP(t)}{dt} = K\left[i(t)\frac{k}{W_0} - 1\right]P(t) + KP_0.$$

Поскольку $s(t) + i(t) + r(t) = 1$, количество уравнений в системе (5) избыточно и одно из первых трех уравнений можно убрать.



а



б

Рис. 2. Изменение доли больных (*а*) и цены товара (*б*), определенных по модифицированной модели

Пример. Целлюлозно-бумажный комбинат 1 февраля объявляет о повышении цены на гофрированный картон с 1 марта. Текущая цена – 16 р./м^2. Численное решение системы (5) для этого примера, выполненное в MathCad, при значениях $q = 0{,}05$; $\rho = 1$; $K = 10$; $k = 7$ и начальных значениях $s_0 = 0{,}7$; $i_0 = 0{,}01$; $P_0 = 16$ приведено на рис. 2, из которого видно, что динамика заражения отличается от результата при применении модели Кермака–

МакКендрика. Причина этого – зависимость интенсивности заражения и выздоровления от цены. Важным результатом является прогноз изменения цены.

У цены и доли получивших иммунитет существует некоторый инкубационный период, когда процесс идет, а эти индикаторы изменяются незначительно. По этой причине, отслеживать начало ажиотажного спроса лучше по уменьшению доли здоровых или увеличению доли имеющих иммунитет. Инкубационный период имеет простое логическое объяснение: на первом этапе развития ажиотажного спроса два противоположных процесса (распространение негативной информации и эластичность спроса) уравновешивают друг друга.

Для нахождения решения нам потребовались значения пяти параметров (q, ρ, K, k, b) и начальные условия. Это означает, что если располагать пятью наблюдениями, то уже можно построить прогноз развития ажиотажного спроса и, используя дальнейшие наблюдения, уточнять полученную модель и оценивать последствия управляющих воздействий.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Данич В.Н.* Моделирование быстрых социально-экономических процессов. Луганск: Изд-во ВНУ им. В. Даля, 2004. 304 с.

2. *Kermack W.O., McKendrick A.G.* Contributions to the mathematical theory of epidemies // Proceeding of the Royal Society. 1927. Vol. 115. P. 700.

Поступила 03.03.14

UDC 338.27: 330.46

Revisited the Constructing a Model of an Excessive Demand

S.V. Ershov, *Candidate of Engineering, Associate Professor*
Northern (Arctic) Federal University named after M.V. Lomonosov, Naberezhnaya Severnoy Dviny, 17, Arkhangelsk, 163002, Russia; e-mail: svershov@gmail.com

A modification of the Kermack - McKendrick epidemic model for forecasting the development of an excessive demand is introduced. We can consider market participants do not lay in a stock the necessary goods as “healthy”, “sick” participants are struck with panic. The use of this model for description of the excessive demand and the selection of the intensity of “infection” and “recovery” allow predicting the dynamics of the "infected" (panicked) participants, but do not predict the price change. The modified model allows predicting the dynamics of price change of goods at an excessive demand. An excessive demand is possible both in the consumer market and the market of industrial products, if this market is similar to the market of perfect competition and a price regulator is the balance between supply and demand. These markets and products include lumber, pulp, cardboard, paper. To the equations of Kermack - McKendrick epidemic model one more equation reflecting the balance of supply and demand in the commodity market is added. The intensity of "disease" and "recovery" is considered as the linear functions of a price. The modified model contains five adjustable parameters (coefficients). Their determination requires, at least, five observations of change in demand. On the example of the corrugated cardboard the computational solution of the differential equation system of the modified model is given. Application of the modified model and at least five observations of change in demand allow predicting the price change.

Keywords: demand, supply, price, excessive demand, demand elasticity.

REFERENCES

1. Danich V.N. *Modelirovanie bystryh social'no-jekonomicheskih processov* [Modeling of Rapid Social and Economic Processes]. Lugansk, 2004. 304 p.

2. Kermack W.O., McKendrick A.G. Contributions to the Mathematical Theory of Epidemies. *Proc. Royal Society*. London, 1927, vol. 115, 700 p.

Received on March 03, 2014